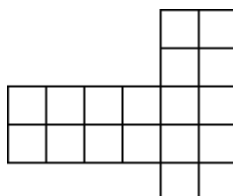


Ставропольский край
Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2018/2019 учебного года

Математика

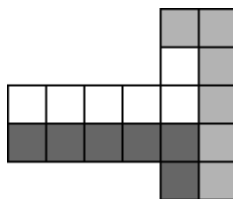
8 класс

1. Разрежьте данную фигуру (см. рисунок) на три равных фигуры.



Решение

Исходная фигура состоит из восемнадцати клеток, следовательно, каждая из трех фигур, на которые нужно ее разбить, должна состоять из шести клеток. Перебором устанавливаем, что 5 клеток искомой фигуры должны лежать в одном ряду.



2. Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится нацело на 10, равно 1000. Найдите их сумму.

Решение

Так как $1000 = 5^3 \cdot 2^3$, то каждое из чисел в своем разложении на простые множители может содержать только двойки и пятёрки. При этом оба этих множителя не могут присутствовать в разложении одного числа, иначе оно будет делиться на 10. Следовательно, одно из чисел равно 5^3 , а другое – 2^3 , а их сумма равна $5^3 + 2^3 = 125 + 8 = 133$.

Ответ

133.

3. Винни Пуху подарили пакет с конфетами: шоколадными и карамельками. За первые 10 минут Винни Пух съел 20% всех конфет, причем 25% из них составляли карамельки. После этого Винни Пух съел еще три шоколадные конфеты, и доля карамелек среди съеденных Винни Пухом конфет понизилась до 20%. Сколько конфет было в подаренном Винни Пуху пакете?

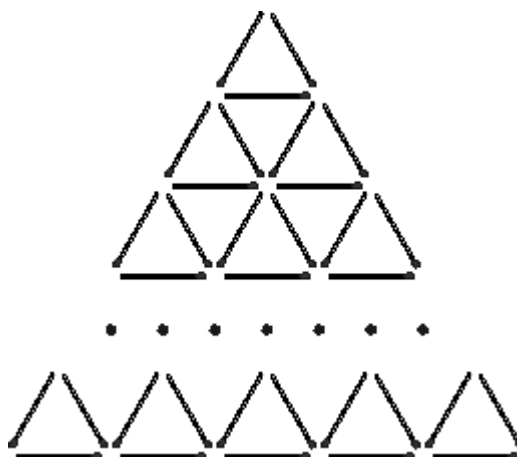
Решение

В первой порции съеденных конфет шоколадных было в 3 раза больше, чем карамелек, а потом их стало в 4 раза больше. Значит, число дополнительно съеденных шоколадных конфет равно числу карамелек. Таким образом, в начале Винни Пух съел 3 карамельки и 9 шоколадных конфет, и эти 12 конфет составляют 20% всех конфет. Следовательно, всего в пакете было 60 конфет.

Ответ

60 конфет.

4. Пятачок выложил треугольник со стороной из нескольких спичек, разделённый на маленькие треугольники (см. рис.), а Ослик Иа – такой же треугольник, сторона которого на три спички больше. Ослик Иа считает, что для этого ему потребовалось на 111 спичек больше чем Пятачку, а Пятачок с ним не согласен. Кто из них прав?



Решение

При увеличении длины стороны треугольника на одну спичку добавляется ряд маленьких треугольников снизу (см. рис.). Заметим, что в каждом следующем ряду на один маленький треугольник больше чем в предыдущем, значит, количество этих треугольников в трёх подряд идущих рядах выражается тремя последовательными натуральными числами. Следовательно, количество треугольников, добавленных Осликом Иа, является суммой трёх последовательных чисел, значит, делится на 3. Так как на каждый маленький треугольник расходуется ровно три спички, то количество спичек, добавленных Осликом Иа, должно быть кратно 9. Но 111 не делится на 9, следовательно, Ослик Иа ошибся.

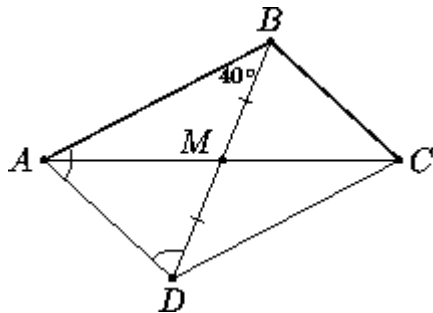
Ответ

Прав Пятачок.

5. В треугольнике ABC медиана BM в два раза меньше стороны AB и образует с ней угол 40° . Найдите угол ABC .

Решение

Продлим медиану BM за точку M на ее длину и получим точку D (см. рис.).
Так как $AB = 2BM = BD$, то треугольник ABD – равнобедренный.
Следовательно, $\angle BAD = \angle BDA = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$.



Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм, так как его диагонали точкой пересечения делятся пополам. Значит, $\angle CBD = \angle ADB = 70^\circ$, а

$$\angle B = \angle ABD + \angle CBD = 110^\circ.$$

Ответ

110° .