

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Иванченко Ирина Васильевна

Должность: директор Филиала СППИ в г. Железноводске

Дата подписания: 04.07.2025 17:30:33

Уникальный программный ключ:

6ed79967cd09433ac580691de3e3e95b564cf0da

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ СТАВРОПОЛЬСКОГО КРАЯ**  
**Филиал государственного бюджетного образовательного учреждения**  
**высшего образования**  
**«Ставропольский государственный педагогический институт»**  
**в г. Железноводске**

**УТВЕРЖДЕН**

на заседании кафедры

«24» июня 2025 г. 2025 г. Протокол № 11



М.Н. Арутюнян

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ**  
**МАТЕМАТИКА**

Уровень основной профессиональной образовательной программы СПО /ППССЗ

Шифр и наименование специальности 44.02.01 Дошкольное образование

Форма обучения очная

Факультет гуманитарный

Кафедра гуманитарных и социально-экономических дисциплин

Железноводск, 2025 г.

## **1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в рамках учебного предмета**

При изучении учебного предмета «Математика» на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы следующие **профессиональные компетенции**:

ПК 2.1. Организовывать различные виды деятельности (предметная; игровая; трудовая; познавательная, исследовательская и проектная деятельности; художественно-творческая; продуктивная деятельность и другие) и общение детей раннего и дошкольного возраста.

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении студентами дисциплины являются:

- *начальный этап* – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. В целом знания и умения носят репродуктивный характер. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу. Если студент отвечает этим требованиям можно говорить об освоении им порогового уровня компетенции;

- *основной этап* – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя саморегуляцию в ходе работы, переносить знания и умения на новые условия. Успешное прохождение этого этапа позволяет достичь повышенного уровня сформированности компетенции;

- *завершающий этап* – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа студент демонстрирует продвинутый уровень сформированности компетенции.

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соответствующих этапам формирования в процессе освоения образовательной программы, представлен в п. 4 «Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины» рабочей программы.

## **2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

### **2.1. Критерии определения сформированности компетенций на различных этапах их формирования**

Основой критериев для оценивания сформированности компетенции является демонстрируемый обучаемым уровень освоения учебного материала в ходе изучения учебной дисциплины.

| <b>Уровни сформированности компетенций</b>                              |                                                                                                 |                                                                                                              |
|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ознакомительный</b>                                                  | <b>репродуктивный</b>                                                                           | <b>продуктивный</b>                                                                                          |
| Компетенция сформирована<br>Узнавание ранее изученных объектов, свойств | Компетенция сформирована<br>Выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством | Компетенция сформирована<br>Планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач |

## 2.2. Показатели оценивания компетенций и шкалы оценки

| <b>Оценка «неудовлетворительно» или отсутствие сформированности компетенции</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или ознакомительный уровень освоения</b>                                                                                                                                 | <b>Оценка «хорошо» или репродуктивный уровень освоения</b>                                                                                                                                                  | <b>Оценка «отлично» или продуктивный уровень освоения</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Неспособность обучаемого самостоятельно продемонстрировать наличие знаний при решении заданий, которые были представлены преподавателем вместе с образцом их решения, отсутствие самостоятельности в применении умения к использованию методов освоения учебного предмета и неспособность самостоятельно проявить навык повторения решения поставленной задачи по стандартному образцу свидетельствуют об отсутствии сформированной компетенции. | Если обучаемый владеет общими представлениями знаниями, умениями к решению учебных заданий не в полном соответствии с образцом. Следует считать, что компетенция сформирована, но ее уровень недостаточно высок. | Способность обучающегося продемонстрировать применение знаний, умений и навыков при решении заданий, аналогичных тем, которые представлял преподаватель при потенциальном формировании компетенции.         | Обучаемый демонстрирует способность к полной самостоятельности (допускаются консультации с преподавателем по сопутствующим вопросам) в выборе способа решения неизвестных или нестандартных заданий в рамках учебного предмета с использованием знаний, умений и навыков, полученных как в ходе освоения данной учебного предмета и считать компетенцию сформированной на высоком уровне. |
| Уровень освоения учебного предмета, при котором у обучаемого не сформировано более 50% компетенций. Если же учебный предмет выступает в качестве итогового этапа формирования компетенций (чаще всего это предметы профессионального цикла)                                                                                                                                                                                                      | При наличии более 50% сформированных компетенций по дисциплинам, имеющим возможность до формирования компетенций на последующих этапах обучения. Для предметов итогового формирования                            | Для определения уровня освоения промежуточного предмета на оценку «хорошо» обучающийся должен продемонстрировать наличие 80% сформированных компетенций, из которых не менее 1/3 оценены отметкой «хорошо». | Оценка «отлично» по предмету с промежуточным освоением компетенций, может быть выставлена при 100% подтверждении наличия компетенций, либо при 90% сформированных компетенций, из которых не менее 2/3                                                                                                                                                                                    |

|                                                                                                               |                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| оценка «неудовлетворительно» должна быть выставлена при отсутствии сформированности хотя бы одной компетенции | компетенций естественно выставлять оценку «удовлетворительно», если сформированы все компетенции и более 60% предмета профессионального цикла «удовлетворительно» | Оценивание итогового предмета на «хорошо» обуславливается наличием у обучаемого всех сформированных компетенций причем общепрофессиональн ых компетенции по учебному предмету должны быть сформированы не менее чем на 60% на повышенном уровне, то есть с оценкой «хорошо». | оценены отметкой «хорошо». В случае оценивания уровня освоения учебного предмета с итоговым формированием компетенций оценка «отлично» может быть выставлена при подтверждении 100% наличия сформированной компетенции у обучаемого, выполнены требования к получению оценки «хорошо» и освоены на «отлично» не менее 50% общепрофессиональн ых компетенций |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| Шкала оценивания      | Критерии оценивания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| «отлично»             | <b>студент должен:</b> продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; продемонстрировать умения самостоятельной работы с рекомендованной литературой; уметь сделать выводы по излагаемому материалу.                                               |
| «хорошо»              | <b>студент должен:</b> продемонстрировать достаточно полное <i>знание</i> материала; продемонстрировать <i>знание</i> основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; продемонстрировать <i>умение</i> ориентироваться в литературе по проблематике предмета; <i>уметь</i> сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу |
| «удовлетворительно»   | <b>студент должен:</b> продемонстрировать общее <i>знание</i> изучаемого материала; <i>знать</i> основную рекомендуемую программой предмета учебную литературу; <i>уметь</i> строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее <i>владение</i> понятийным аппаратом дисциплины;                                                                                           |
| «неудовлетворительно» | <b>ставится в случае:</b> незнания значительной части программного материала; не владения понятийным аппаратом предмета; существенных ошибок при изложении учебного материала; неумения строить                                                                                                                                                                                                        |

|  |                                                                                                         |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; неумения делать выводы по излагаемому материалу |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**3. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»**

| №<br>п/п | Контролируемые темы предмета                    | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочного средства<br>Решение педагогических ситуаций |
|----------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 1        | Раздел 1.<br>Числа и вычисления                 | ПК 2.1                                        | Собеседование<br>Самостоятельная работа                             |
| 2        | Раздел 2.<br>Уравнения и неравенства            | ПК 2.1                                        | Контрольная работа/<br>Самостоятельная работа, тесты                |
| 3        | Раздел 3<br>Функции и графики                   | ПК 2.1                                        | Контрольная работа/<br>Самостоятельная работа                       |
| 4        | Раздел 4<br>Начала математического анализа      | ПК 2.1                                        | Контрольная работа/<br>Самостоятельная работа<br>тесты              |
| 5        | Раздел 5<br>Прямые и плоскости в пространстве   | ПК 2.1                                        | Контрольная работа/<br>Самостоятельная работа                       |
| 6        | Раздел 6<br>Координаты и векторы в пространстве | ПК 2.1                                        | Контрольная работа/<br>Самостоятельная работа, тесты                |
| 7        | Раздел 7<br>Многогранники и тела вращения       | ПК 2.1                                        | Контрольная работа/<br>Самостоятельная работа, тесты                |
| 8        | Раздел 8<br>Вероятность и статистика            | ПК 2.1                                        | Контрольная работа/<br>Самостоятельная работа, тесты                |

### **Перечень используемых оценочных средств**

| №<br>п/п | Наименование оценочного средства     | Краткая характеристика оценочного средства                                                                                                                      | Представление оценочного средства |
|----------|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 1        | Контрольная / самостоятельная работа | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебного предмета.                                | Задания для решения               |
| 2        | Тестовое задание                     | Инструмент оценивания обученности обучающихся, состоящий из системы тестовых заданий, стандартизированной процедуры проведения, обработки и анализа результатов | Вопросы теста                     |

|   |               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                      |
|---|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 3 | Реферат       | Продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее. | Темы рефератов                       |
| 4 | Презентация   | Продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой работу, сопровождающую устное выступление и обеспечивающую эффективность восприятия излагаемого в ходе выступления материала.                                                                                                                                | Требования к презентации             |
| 5 | Собеседование | Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемым предметом, и нацеленное на выяснение объема и качества знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.                                                                             | Вопросы по темам/разделам дисциплины |

### **3. Оценочные материалы для текущего контроля**

#### **3.1.1. Примерный перечень вопросов к экзамену (2 семестр)**

##### **Раздел 1. Математический анализ.**

1. Понятие функции. График функции.
2. Преобразование графиков функции.
3. Четные и нечетные функции.
4. Возрастание и убывание функций. Экстремумы.
5. Понятие производной функции.
6. Геометрический смысл производной функции.
7. Правила вычисления производных.
8. Производная сложной функции.
9. Производные тригонометрических функций.
10. Производная степенной функции.
11. Касательная к графику функции.
12. Признак возрастания (убывания) функции.
13. Критические точки функции, максимумы и минимумы.
14. Примеры применения производной к исследованию функций.
15. Понятие первообразной функции.
16. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.

##### **Раздел 2. Геометрия.**

1. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
2. Параллельность прямой и плоскости.
3. Параллельность плоскостей.

- 4 Перпендикулярность прямой и плоскости.
- 5 Перпендикуляр и наклонная.
- 6 Угол между прямой и плоскостью.
- 7 Двугранный угол.
- 8 Угол между плоскостями.
- 9 Перпендикулярность двух плоскостей.
- 10 Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.
- 11 Параллельное проектирование.
- 12 Площадь ортогональной проекции. Изображение пространственных фигур.
- 13 Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка.
- 14 Многогранные углы.
- 15 Выпуклые многогранники.
- 16 Теорема Эйлера.
- 17 Призма.
- 18 Прямая и наклонная призма.
- 19 Правильная призма.
- 20 Параллелепипед. Куб. Пирамида.
- 21 Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Тетраэдр.
- 22 Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.
- 23 Сечения куба, призмы и пирамиды.
- 24 Представление о правильных многогранниках (тетраэдре, кубе, октаэдре, додекаэдре и икосаэдре).
- 25 Цилиндр и конус. Усеченный конус.
- 26 Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка конуса
- 27 Осевые сечения и сечения, параллельные основанию конуса.
- 28 Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере.
- 29 Объем и его измерение. Интегральная формула объема.
- 30 Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса.
- 31 Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса.
- 32 Формулы объема шара и площади сферы.
- 33 Подобие тел. Отношения площадей поверхностей и объемов подобных тел.
- 34 Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками.
- 35 Уравнения сферы, плоскости и прямой.
- 36 Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов.
- 37 Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям.
- 38 Угол между двумя векторами.
- 39 Проекция вектора на ось. Координаты вектора.
- 40 Скалярное произведение векторов.

### **Раздел 3. Вероятность и статистика**

1. Комбинаторика. Общие правила комбинаторики. Правила произведения и суммы.
2. Размещения.
3. Перестановки.
4. Сочетания.
5. События. Виды событий.
6. Сумма и произведение событий. Противоположное событие.
7. Алгебра событий (сумма, произведение и разность событий). Диаграммы Эйлера – Венна.
8. Классическое понятие вероятности события. Вычисление в простейших случаях вероятностей событий на основе подсчета числа исходов.
9. Статистическое понятие вероятности события.
10. Сложение вероятностей несовместных событий.
11. Независимые события. Умножение вероятностей.
12. Вероятность произведения зависимых и независимых событий.
13. Вероятность хотя бы одного события.
14. Формула полной вероятности.
15. Формула Бернулли.
16. Дискретная и непрерывная случайная величина, закон распределения.
17. Понятие о задачах математической статистики. Представление данных (таблицы, диаграммы, графики).
18. Генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана, меры разброса.

#### **Критерии оценки:**

Оценка **«отлично»** выставляется в том случае, когда студент показывает глубокие знания по предмету в объеме требований учебной программы, твердо знает содержание рекомендованных первоисточников, владеет категориальным аппаратом, умеет творчески выделять, анализировать, обобщать наиболее существенные связи и признаки исторических явлений и процессов.

Оценка **«хорошо»** выставляется в том случае, если студент обнаруживает твердые знания программного материала, категориального аппарата при хорошем усвоении первоисточников.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится тогда, когда студент поверхностно усвоил программный материал, категориальный аппарат, отрабатывать рекомендованный минимум литературы. Показал неполные и неглубокие знания, материал излагал бессистемно.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется тогда, когда студент показал незнание важных разделов программы предмета, категориального аппарата.

### **3.1.2. Примерная тематика рефератов и презентаций**

- 1 О происхождении арифметики. Счеты десятичной системы счисления.
- 2 О происхождении и развитии письменной нумерации. Цифры разных времен.
- 3 О счетных приборах. Русские счеты. Вычислительные машины.
- 4 О натуральном ряде. «Исчисление песчинок» Архимеда. Современная запись больших чисел.
- 5 О простых числах. Евклид и Эратосфен. Чебышев.
- 6 О происхождении дробей.
- 7 «Арифметика» Магнитского. Задачи с дробями.
- 8 Математика и музыка
- 9 Математика и искусство
- 10 Истории возникновения понятий натурального числа и нуля.
- 11 Золотое сечение. Математический язык красоты.
- 12 Полярная система координат.
- 13 История развития геометрии. Аксиомы Евклида.

#### **Критерии оценки:**

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, если он продемонстрировал полноту и глубину знаний в рамках тематики реферата, знает основные термины, фамилии ученых, исследовавших изучаемую проблему, способен анализировать и синтезировать научную литературу по заявленной проблеме. Умеет применять полученные знания для решения конкретных практических задач.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, который продемонстрировал полноту и глубину знаний по всем вопросам реферата, логично излагает материал, умеет применить психолого-педагогические знания для решения конкретных методических проблем.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, при наличии у него знаний основных категорий и понятий по изучаемой проблеме, умения достаточно грамотно изложить материал.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не освоил основного содержания реферата, не владеет знаниями по обязательной психолого-педагогической и методической литературе, не смог четко и грамотно изложить материал.

### 3.3 Темы, изучаемые с учетом профессиональной направленности

**Натуральные, целые и рациональные числа. Действительные числа. Приближенные вычисления. \***

#### Основные понятия

1. Натуральные числа. Использование натуральных чисел при счете формирует представление о них как о бесконечно длинном «числовом строе» с единицей «во главе».

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n, \dots\}.$$

Во множестве натуральных чисел всегда выполнимы операции сложения и умножения чисел, а операции вычитания и деления чисел не всегда.

2. Целые числа. Множество целых чисел мы представляем себе как объединение натуральных чисел, нуля и чисел, противоположных натуральным.

$$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm n, \dots\}.$$

Во множестве целых чисел всегда выполнимы операции сложения, вычитания и умножения чисел, а операция деления чисел не всегда.

3. Рациональные числа. Рациональные числа мы представляем себе в виде объединения множества целых чисел и множества дробей, т. е. отношений целых чисел. Но тут же замечаем, что всякое целое число можно рассматривать как отношение со знаменателем 1.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in Z, q \in N \right\}.$$

Во множестве целых чисел всегда выполнимы операции сложения, вычитания, умножения и деления чисел

4. Действительные числа. Существуют числа, которые не выражаются в виде дроби. Они называются *иррациональными*. Систему действительных чисел следует определить как некоторое упорядоченное поле с операциями сложения, умножения и сравнения чисел

$$\langle R, +, \cdot, < \rangle.$$

Действительные числа можно изображать точками числовой прямой, на которой выбраны начало отсчета, положительное направление и единичный отрезок. Поэтому множество действительных чисел **R** должно обладать теми же свойствами, что и множество точек прямой. Характерным свойством прямой является ее непрерывность.

Такой подход к определению действительных чисел позволяет считать, что *числовая прямая и система действительных чисел – синонимы*.

Переход к геометрической терминологии осуществляется простой заменой слова «число» словом «точка».

**Практические занятия.** Арифметические действия, округление и погрешность округления, действия над приближенными числами.

1. Найдите значения выражений

$$\text{а) } \frac{2,75 : 1,1 + 3\frac{1}{3}}{2,5 - 0,4 \cdot \left(-3\frac{1}{3}\right)};$$

$$\text{б) } \frac{3\frac{1}{3} : 10 + 0,175 : \frac{7}{20}}{1\frac{3}{4} - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56}};$$

$$\text{в) } \left(1,4 - 3,5 : 1\frac{1}{4}\right) : 2,4 + 3,4 : 2\frac{1}{8};$$

$$\text{г) } \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0,25}}{6 - \frac{46}{1 + 2,2 \cdot 10}}.$$

2. Укажите верные цифры в записи приближенного значения числа

$$\text{а) } 3,82 \pm 0,1;$$

$$\text{б) } 1,980 \cdot 10^4 \pm 0,001 \cdot 10^4;$$

$$\text{в) } 7,891 \pm 0,1;$$

$$\text{г) } 2,8 \cdot 10^{-4} \pm 0,3 \cdot 10^{-4}.$$

3.

Пользуясь формулой  $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ , вычислите приближенно:

$$\text{а) } 1,002^5; \quad \text{б) } 0,997^4; \quad \text{в) } 2,004^3; \quad \text{г) } 3,01^5.$$

4.

Известно, что  $a \approx 11,5$ ,  $b \approx 3,8$ . Найдите приближенное значение выражения: а)  $a + b$ ; б)  $3a - b$ ; в)  $ab$ ; г)  $\frac{a}{b}$ .

5. Расположите числа в порядке возрастания. Укажите, какие из них являются рациональными, а какие – иррациональными.

$$\text{а) } \sqrt{3}; \quad -2; \quad -1,7; \quad \frac{\pi}{3};$$

$$\text{в) } 0,(2); \quad \frac{7}{6}; \quad -\frac{\sqrt{5}}{2};$$

6. Докажите рациональность числа

$$\text{а) } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 2\sqrt{6};$$

$$\text{б) } (\sqrt{2} + 1)^2 + (1 - \sqrt{2})^2 - (\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1);$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} - \sqrt{35};$$

$$\text{г) } (3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} + 4\sqrt{50}) : \sqrt{2}.$$

**Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей.  
Перпендикулярность прямой и плоскости. \***

## Определения и основные теоремы

Прямая и плоскость называются **параллельными**, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.

### Признак параллельности прямой и плоскости.

**Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости, то она параллельна и самой плоскости.**

Две плоскости называются **параллельными**, если они не пересекаются, то есть не имеют общих точек.

### Признак параллельности плоскостей.

**Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.**

### Свойства параллельных плоскостей.

**Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны**

**Отрезки параллельных прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, равны.**

### Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Прямая, пересекающая плоскость, называется **перпендикулярной** этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения данной прямой и плоскости

**Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна данной плоскости.**

### Свойства перпендикулярных прямой и плоскости.

**Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.**

**Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.**



### 3.1.4 Фонд материалов для контрольных работ

#### Варианты контрольной работы для внутрисеместровой аттестации по темам «Корни, степени и логарифмы. Уравнения и неравенства»

Вариант №1

$$2x^2 + 6x + 17 > 0$$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$$

$$\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$\frac{16}{\sqrt{32}} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{3+x}$$

Вариант №3

$$(3x-2)^2 - 4x(2x-3) \geq 0$$

$$\sqrt{17+2x-3x^2} = x+1$$

$$\sqrt{x^2-6x+9} > 3$$

$$5^{3x} - 2 \cdot 5^{3x-1} - 3 \cdot 5^{3x-2} = 60$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} < \frac{1}{9}$$

Вариант №5

$$(3x-2)^2 - 4x(2x-3) \geq 0$$

$$\sqrt{x^2+9} = x^2-11$$

$$\sqrt{x^2-16} \leq 1$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$0,04^x - 26 \cdot 0,2^x + 25 \leq 0$$

Вариант №7

$$(x-1)(x+2)(x-3)(x-4) \leq 0$$

Вариант №2

$$x^2 - 3,2x < 0$$

$$\sqrt{x^2-16} = x^2-22$$

$$\sqrt{(x-2)(1-2x)} > -1$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$3^{x^2+x} < 10^{\lg 9}$$

Вариант №4

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$$

$$\sqrt{x^2+9} = x^2-11$$

$$\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{2x^2+x+1} \geq 0$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$4^{x^2+x-11} > 5^{\log_5 4}$$

Вариант №6

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$$

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$$

$$(\sqrt{x}-3)(x^2+1) > 0$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$4^x - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$$

Вариант №8

$$(3x-2)^2 - 4x(2x-3) \geq 0$$

$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 2 = 0$$

$$(\sqrt{x} - 3)(x^2 + 1) > 0$$

$$2^{5x-1} + 2^{5x-2} + 2^{5x-3} = 896$$

$$x^2 \cdot 3^x - 3^{x+1} \leq 0$$

Вариант №9

$$\frac{x-2}{(x-3)(x-5)} < 0$$

$$\sqrt[4]{3x+1} - \sqrt{3x+1} = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} > 3$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$4^x - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$$

Вариант №11

$$(6x-1)(1+6x) + 14 < 7x(2+5x)$$

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$$

$$\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$$

$$2^{5x-1} + 2^{5x-2} + 2^{5x-3} = 896$$

$$0,04^x - 26 \cdot 0,2^x + 25 \leq 0$$

Вариант №13

$$(x-1)(x+2)(x-3)(x-4) \leq 0$$

$$\sqrt{17+2x-3x^2} = x+1$$

$$\sqrt{x^2 - 16} \leq 1$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$3^{x^2+x} < 10^{\lg 9}$$

Вариант №15

$$(6x-1)(1+6x) + 14 < 7x(2+5x)$$

$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{25-20x+4x^2} \leq 1$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} < 0$$

Вариант №10

$$\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8} \leq 0$$

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$$

$$4^x - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$$

$$5^{3x} - 2 \cdot 5^{3x-1} - 3 \cdot 5^{3x-2} = 60$$

$$x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} < 0$$

Вариант №12

$$x^4 - 3x^2 + 2 \leq 0$$

$$\sqrt[4]{3x+1} - \sqrt{3x+1} = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} < 0$$

Вариант №14

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$$

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$$

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} > -3$$

$$2^{5x-1} + 2^{5x-2} + 2^{5x-3} = 896$$

$$4^x - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$$

Вариант №16

$$(3x-2)^2 - 4x(2x-3) \geq 0$$

$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 16} \leq 1$$

$$2^{5x-1} + 2^{5x-2} + 2^{5x-3} = 896$$

$$3^{x^2+x} < 10^{\lg 9}$$

Вариант №17

$$2x^2 + 6x + 17 > 0$$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$$

$$\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$\frac{16}{\sqrt{32}} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{3+x}$$

Вариант №19

$$(3x-2)^2 - 4x(2x-3) \geq 0$$

$$\sqrt{x^2 + 9} = x^2 - 11$$

$$\sqrt{x^2 - 16} \leq 1$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$0,04^x - 26 \cdot 0,2^x + 25 \leq 0$$

Вариант №21

$$(6x-1)(1+6x) + 14 < 7x(2+5x)$$

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$$

$$\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$$

$$2^{5x-1} + 2^{5x-2} + 2^{5x-3} = 896$$

$$0,04^x - 26 \cdot 0,2^x + 25 \leq 0$$

$$\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$$

$$(\sqrt{x} - 3)(x^2 + 1) > 0$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} < \frac{1}{9}$$

Вариант №18

$$x^2 - 3,2x < 0$$

$$\sqrt{x^2 - 16} = x^2 - 22$$

$$\sqrt{(x-2)(1-2x)} > -1$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$3^{x^2+x} < 10^{\lg 9}$$

Вариант №20

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$$

$$2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$$

$$(\sqrt{x} - 3)(x^2 + 1) > 0$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$4^x - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$$

Вариант №22

$$x^4 - 3x^2 + 2 \leq 0$$

$$\sqrt[4]{3x+1} - \sqrt{3x+1} = 0$$

$$\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$x^2 \cdot 5^x - 5^{2+x} < 0$$

Вариант №23

$$\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8} \leq 0$$

$$\sqrt{x^2+2x+10} = 2x-1$$

$$\sqrt{x^2-5} \geq 2$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$\frac{16}{\sqrt{32}} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{3+x}$$

Вариант №25

$$(3x-2)^2-4x(2x-3) \geq 0$$

$$\sqrt{17+2x-3x^2} = x+1$$

$$\sqrt{x^2-6x+9} > 3$$

$$5^{3x} - 2 \cdot 5^{3x-1} - 3 \cdot 5^{3x-2} = 60$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} < \frac{1}{9}$$

Вариант №27

$$2x^2+6x+17 > 0$$

$$\sqrt{x^2+2x+10} = 2x-1$$

$$\sqrt{x^2-5} \geq 2$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$\frac{16}{\sqrt{32}} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{3+x}$$

Вариант №24

$$\frac{x-2}{(x-3)(x-5)} < 0$$

$$\sqrt{17+2x-3x^2} = x+1$$

$$\sqrt{x^2-16} \leq 1$$

$$(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$$

$$3^{x^2+x} < 10^{\lg 9}$$

Вариант №26

$$\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$$

$$\sqrt{x^2+9} = x^2-11$$

$$\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{2x^2+x+1} \geq 0$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$4^{x^2+x-11} < 5^{\log_5 4}$$

Вариант №28

$$x^2-3,2x < 0$$

$$\sqrt{17+2x-3x^2} = x+1$$

$$\sqrt{x^2-16} \leq 1$$

$$2^{x^2-6x+0,5} = \frac{1}{16\sqrt{2}}$$

$$4^{x^2+x-11} < 5^{\log_5 4}$$

За каждую правильно решенную задачу выставляется 2 балла.

**Шкала оценок:** 9-10 баллов – «отлично»

7-8 баллов – «хорошо»

4-6 баллов – «удовлетворительно»

0-3 балла – «неудовлетворительно»

**Варианты контрольной работы по теме «Основы тригонометрии.  
Решение тригонометрических уравнений»**

**Вариант 1**

Решите уравнения:

1.  $\cos x = 0$       2.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       3.  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$   
4.  $\sin x = 1$     5.  $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

**Вариант 2**

Решите уравнения:

1.  $\cos x = -1$       2.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$       3.  $2\cos x + \sqrt{2} = 0$   
4.  $\cos x = \frac{1}{2}$       5.  $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$

**Вариант 3**

Решите уравнения:

1.  $\cos x = 1$       2.  $\sin x = \frac{1}{2}$       3.  $2\cos x - 1 = 0$   
4.  $\operatorname{tg} x = 0$       5.  $4\sin^2 x + 11\sin x - 3 = 0$

**Вариант 4**

Решите уравнения:

1.  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$       2.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$       3.  $2\cos x + 1 = 0$   
4.  $\operatorname{tg} x = -1$       5.  $4\cos^2 x - 8\cos x + 3 = 0$

**Вариант 5**

Решите уравнения:

1.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$       2.  $\sin x = -1$       3.  $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$   
4.  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$       5.  $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

### Вариант 6

Решите уравнения:

1.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

3.  $2\sin x + 1 = 0$

4.  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

5.  $6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

### Вариант 7

Решите уравнения:

1.  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.  $\sin x = 0$

3.  $2\sin x - 1 = 0$

4.  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

5.  $2\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$

### Вариант 8

Решите уравнения:

1.  $\cos x = \frac{1}{2}$

2.  $\sin x = -1$

3.  $2\sin x + \sqrt{3} = 0$

4.  $\operatorname{tg} x = 0$

5.  $5\sin^2 x + 6\cos x - 6 = 0$

### Вариант 9

Решите уравнения:

1.  $\cos x = 1$

2.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3.  $2\sin x + \sqrt{2} = 0$

4.  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

5.  $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$

### Вариант 10

Решите уравнения:

1.  $\cos x = -\frac{1}{2}$

2.  $\sin x = 1$

3.  $\sqrt{2}\sin x + 1 = 0$

4.  $\operatorname{tg} x = -1$

5.  $\cos^2 x + 3\sin x = 3$

Время на выполнения контрольной работы 35 минут.

За каждую правильно решенную задачу выставляется 2 балла.

**Шкала оценок:**

9-10 баллов – «отлично»

7-8 баллов – «хорошо»

4-6 баллов – «удовлетворительно»

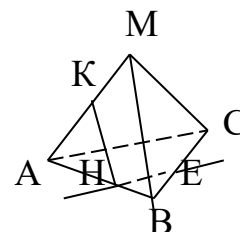
0-3 балла – «неудовлетворительно»

**Варианты контрольной работы для ВА по теме «Прямые и плоскости в пространстве»**

**Вариант 1.**

1. Пользуясь данным рисунком, назовите

- а) четыре точки, лежащие в плоскости МАВ;
- б) плоскость, в которой лежит прямая НЕ;
- в) прямую, по которой пересекаются плоскости МАС и МВС.



(2 балла)

2. Точка С – общая точка плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ . Прямая с проходит через точку С. Верно ли, что плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой с? Ответ объясните.

(1 балл)

3. Через прямую с и точку С можно провести две различные плоскости. Каково взаимное расположение прямой с и точки С? Ответ объясните.

(1 балл)

4. Через конец А отрезка АВ проведена плоскость. Через конец В и середину С этого отрезка проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость в точках В<sub>1</sub> и С<sub>1</sub>. Найдите длину отрезка СС<sub>1</sub>, если длина отрезка ВВ<sub>1</sub> равна 12 см. (2 балла)

5. Отрезок АВ не пересекает плоскость  $\alpha$ . Через точки А и В проведены прямые, перпендикулярные к плоскости  $\alpha$  и пересекающие ее в точках А<sub>1</sub> и В<sub>1</sub> соответственно. Найдите АВ, если: А<sub>1</sub>В<sub>1</sub>=12см, АА<sub>1</sub>=6см, ВВ<sub>1</sub>=11см.

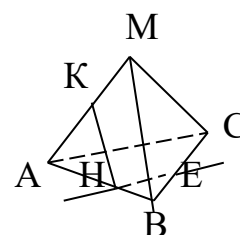
(2 балла)

6. Отрезок длиной 10 см своими концами упирается в две параллельные плоскости, расстояние между которыми равно 8 см. Найдите проекции отрезка на эти плоскости. (2 балла)

**Вариант 2.**

1. Пользуясь данным рисунком, назовите

- а) четыре точки, лежащие в плоскости АВС;
- б) плоскость, в которой лежит прямая НК;
- в) прямую, по которой пересекаются плоскости МАС и АВС.



(2 балла)

2. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  имеют три общие точки. Верно ли, что эти плоскости совпадают? Ответ объясните. (1 балл)

3. Через точки А, В и С можно провести две различные плоскости. Каково взаимное расположение точек А, В и С? Ответ объясните. (1 балл)
4. Через конец А отрезка АВ проведена плоскость. Через конец В и середину С этого отрезка проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость в точках В<sub>1</sub> и С<sub>1</sub>. Найдите длину отрезка СС<sub>1</sub>, если длина отрезка ВВ<sub>1</sub> равна 16 см. (2 балла)
5. Отрезок АВ не пересекает плоскость α. Через точки А и В проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α и пересекающие ее в точках А<sub>1</sub> и В<sub>1</sub> соответственно. Найдите АВ, если: А<sub>1</sub>В<sub>1</sub>=8см, АА<sub>1</sub>=6см, ВВ<sub>1</sub>=12см. (2 балла)
6. Отрезок длиной 5 см своими концами упирается в две параллельные плоскости, расстояние между которыми равно 4 см. Найдите проекции отрезка на эти плоскости. (2 балла)

### **Шкала оценок:**

9-10 баллов – «отлично»

7-8 баллов – «хорошо»

4-6 баллов – «удовлетворительно»

0-3 балла – «неудовлетворительно»

## **3.5 Фонд материалов для самостоятельных работ**

### **Варианты самостоятельной работы по теме «Производная функции и ее применение»**

| <b>Вариант 1</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>Вариант 2</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = x^7 - 5x^4 + 12x^2 - 0,5x + 125</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^3 \cos x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 4}</math></p> <p>г) <math>f(x) = \sin(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) x_0 = \frac{\pi}{4}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 x_0 = -1</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = x^2 - 4x + 3</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) \leq 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 12x^2 + 36</math></p> | <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = 3x^8 - 3x^5 + 11x^2 - 0,3x + 127</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^4 \sin x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x^3}</math></p> <p>г) <math>f(x) = \cos(x^4 + 4x^3 + 4)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) x_0 = \frac{\pi}{6}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 x_0 = -1</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = x^2 + 2x - 8</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) \geq 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 12</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 4x^2 + 4</math></p> |

| Вариант 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Вариант 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = 3x^6 - 2x^4 + 14x^2 - 0,5x + 250</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^5 \cos x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{ctgx}{x^3 - 5}</math></p> <p>г) <math>f(x) = \ln(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) x_0 = \frac{\pi}{4}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 x_0 = 1</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = x^2 - 6x + 8</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) \leq 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 9</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 10x^2 + 25</math></p> | <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = 4x^9 + 2x^5 + 12x^3 - 0,2x + 550</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^3 \sin x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{tgx}{x^4}</math></p> <p>г) <math>f(x) = \ln(x^4 + 4x^3 + 4)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) x_0 = \frac{\pi}{6}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 x_0 = 1</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = x^2 + 8x - 9</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) \geq 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + 2</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 8x^2 + 16</math></p> |

| Вариант 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Вариант 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = x^7 - 5x^4 + 12x^2 - 0,5x + 125</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^5 \cos x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{tgx}{x^4}</math></p> <p>г) <math>f(x) = tg(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) x_0 = \frac{\pi}{4}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 x_0 = -2</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = 4x^2 - 4x + 3</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) &gt; 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 8</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 14x^2 + 49</math></p> | <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = 3x^8 - 3x^5 + 11x^2 - 0,3x + 127</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^7 \sin x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{x^3}{ctgx}</math></p> <p>г) <math>f(x) = ctg(x^4 + 4x^3 + 4)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) x_0 = \frac{\pi}{6}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 x_0 = -2</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = 6x^2 + 2x - 8</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) &lt; 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 12</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 2x^2 + 1</math></p> |

| Вариант 7                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Вариант 8                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = 3x^6 - 2x^4 + 14x^2 - 0,5x + 250</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^5 \cos x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{x^3 - 5}{\operatorname{ctgx}}</math></p> <p>г) <math>f(x) = \cos(x^3 - 4x^2 + 5x - 14)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) x_0 = \frac{\pi}{4}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x + 1 x_0 = 2</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = 3x^2 - 6x + 8</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) &lt; 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 9</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 22x^2 + 121</math></p> | <p>1) Найдите производную заданной функции</p> <p>а) <math>f(x) = 4x^9 + 2x^5 + 12x^3 - 0,2x + 550</math></p> <p>б) <math>f(x) = x^3 \sin x</math></p> <p>в) <math>f(x) = \frac{x^4}{\operatorname{tg} x}</math></p> <p>г) <math>f(x) = \sin(x^4 + 4x^3 + 4)</math></p> <p>2) Найдите значение производной функции в заданной точке</p> <p>а) <math>y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) x_0 = \frac{\pi}{6}</math></p> <p>б) <math>y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 3x^2 + 2 x_0 = 2</math></p> <p>3) Решите уравнение: <math>f'(x) = 0</math><br/> <math>f(x) = 2x^2 + 8x - 9</math></p> <p>4) Решите неравенство: <math>f'(x) &gt; 0</math><br/> <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + 2</math></p> <p>5) Исследуйте функцию по схеме и постройте график:<br/> <math>y = x^4 - 24x^2 + 144</math></p> |

**Задания для самостоятельной работы по теме: «Алгебра и начала  
математического анализа»**

- Постройте графики функций:  $y = x^2 - 1$ ;  $y = \sqrt{x - 1}$ .
- Постройте графики функций:  $y = (x - 1)^2$ ;  $y = (x + 2)^2$ .
- Найдите неизвестный член пропорции:  $12 : \frac{1}{8} = x : \frac{5}{36}$ .
- Решите уравнение:  $\frac{x - 2}{2,5} = \frac{6}{x}$ .
- Между числами 4 и 40 найдите такие четыре числа, чтобы вместе с данными они образовывали арифметическую прогрессию.
- Сократите дробь:  $\frac{a^3 + a^2 - a - 1}{a^2 + 2a + 1}$ .
- Освободитесь от иррациональности в знаменателе:  
 а)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ ; б)  $\frac{2}{\sqrt{15}}$ .
- Упростите выражение:  $\operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ .
- Сравните числа:  $3^{400}$  и  $4^{300}$ .
- Найдите промежутки возрастания (убывания), точки максимума и точки минимума функции:

- а)  $y = 4x^2 + 3x - 1$ ; б)  $y = (x - 1)^4 - 2$ ;
11. Постройте график каждой из функций: а)  $y = 3x - 2$ ;  
б)  $y = x^2 - 4x - 5$ ;
12. Является ли четной или нечетной функция:  
а)  $y = 5x^6 - 2x^2 - 3$ ; б)  $y = 4x^5 - 2x^3 + x$ ;
13. Найдите область определения функции:  $y = \sqrt{16x - x^3}$ .
14. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:  $y = \sqrt{36 - x^2}$ .
15. Решите уравнения: а)  $3(x - 2) - 5 = 4 - (5x - 1)$ ; б)  $|2x - 3| = 5$ .
16. Решите неравенство:  $\frac{x-1}{2} + x < 1,5x + 3,5$ .
17. Решите уравнение:  $x^2 + 2x - 15 = 0$ .
18. Не решая уравнения  $3x^2 - 5x - 2 = 0$ , найдите: а) сумму его корней;  
б) произведение его корней.
19. Решите уравнение:  $\frac{6x - x^2 - 6}{x-1} - \frac{2x-3}{x-1} = 1$ .
20. Решите неравенство:  $2x^2 + 6x + 17 > 0$ .
21. Решите неравенство:  $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$ .
22. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$ .
23. Решите неравенство:  $\sqrt{x^2 - 5} \geq 2$ .
24. Решите уравнение:  $\sin x = -1$ .
25. Решите уравнение:  $\cos x = \frac{1}{2}$ .
26. Решите уравнения: а)  $4^x = 64$ ; б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$ ; в)  $3^x = 81$ .
27. Решите уравнения: а)  $\log_5 x = 2$ ; б)  $\log_{0,4} x = -1$ .
28. Решите систему уравнений:  $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$ .
29. Решите систему уравнений:  $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 15 \end{cases}$ .
30. Решите неравенство:  $\sin x \leq \frac{1}{2}$ .
31. Найдите производные функций: а)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ ;  
б)  $f(x) = (4 - x^2) \cdot \sin x$ .
32. Решите уравнение  $\hat{f}'(x) = 0$ , если:  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ .
33. Вычислите интегралы: а)  $\int_1^3 x^3 dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .
34. Вычислите (предварительно сделав рисунок) площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 - 4x + 5$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$ .

35. Найдите производную функции  $y = \frac{\cos x}{2 - x^3}$ .

36. Число 10 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма кубов этих чисел была: а) наибольшей; б) наименьшей.

37. Исследовать функцию на непрерывность и построить график:

$$y = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{при } x \leq 0 \\ 1 & \text{при } 0 < x < 1 \\ x - 2 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

38. Найти точки экстремума и значения функции в этих точках:

$$y = x^3 - 3x^2.$$

39. Найти производную функции:  $y = 2x^3 - 3x + 4$ ;  $y = (4 - x^2) \sin x$ .

40. Найти производную функции:  $y = (2x + 1)^2$ ;  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ .

41. Решите уравнение:  $2^{5x-1} + 2^{5x-2} + 2^{5x-3} = 896$ .

42. Решите неравенство:  $0,04^x - 26 \cdot 0,2^x + 25 \leq 0$ .

### **Задания по теме «Геометрические тела в пространстве. Площади поверхностей и объемы пространственных тел»**

1. Боковое ребро наклонной призмы равно 15 см и наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту призмы.

2. В правильной четырехугольной призме площадь основания  $144 \text{ см}^2$ , а высота 14 см. Найдите диагональ призмы.

3. В прямой треугольной призме все ребра равны. Боковая поверхность равна  $12 \text{ м}^2$ . Найдите высоту.

3. Боковая поверхность правильной четырехугольной призмы  $32 \text{ м}^2$ , а полная поверхность  $40 \text{ м}^2$ . Найдите высоту.

4. У параллелепипеда три грани имеют площади  $1 \text{ м}^2$ ,  $2 \text{ м}^2$  и  $3 \text{ м}^2$ . Чему равна полная поверхность параллелепипеда?

5. Найдите диагонали прямого параллелепипеда, у которого каждое ребро равно  $a$ , а угол основания равен  $60^\circ$ .

6. Найдите диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 1, 2, 2;

7. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 7 дм и 24 дм, а высота параллелепипеда 8 дм. Найдите площадь диагонального сечения.

8. Найдите поверхность прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 10 см, 22 см, 16 см.
9. Основание пирамиды — прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см. Вычислите высоту пирамиды.
10. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и две данные точки на ее основании.
11. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 7 см, а сторона основания 8 см. Найдите боковое ребро.
12. Радиус основания цилиндра 2 м, высота 3 м. Найдите диагональ осевого сечения.
13. Радиусы оснований усеченного конуса 3 м и 6 м, высота 4 м. Найдите образующую.
14. Радиусы оснований усеченного конуса 3 дм и 7 дм, образующая 5 дм. Найдите площадь осевого сечения.
17. Радиус основания конуса 3 м, высота 4 м. Найдите образующую.
18. Город N находится на  $60^\circ$  северной широты. Какой путь совершает этот пункт в течение 1 ч вследствие вращения Земли вокруг своей оси? Радиус Земли принять равным 6000 км.
19. Три латунных куба с ребрами 3 см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Какое ребро у этого куба?
20. Если каждое ребро куба увеличить на 2 см, то его объем увеличится на  $98 \text{ см}^3$ . Чему равно ребро куба?
21. Требуется установить резервуар для воды емкостью  $10 \text{ м}^3$  на площадке размером  $2,5 \times 1,75 \text{ м}$ , служащей для него дном. Найдите высоту резервуара.
22. Измерения прямоугольного параллелепипеда 15 м, 50 м и 36 м. Найдите ребро равновеликого ему куба.
23. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 3,5 см, а диагональ боковой грани 2,5 см. Найдите объем призмы.
24. Сечение железнодорожной насыпи имеет вид трапеции с нижним основанием 14 м, верхним 8 м и высотой 3,2 м. Найдите, сколько кубических метров земли приходится на 1 км насыпи.

25. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м, все боковые ребра равны 12,5 м. Найдите объем пирамиды.
26. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 м, а образующая 2,5 м. Найдите объем кучи щебня.
27. Жидкость, налитая в конический сосуд высотой 0,18 м и диаметром основания 0,24 м, переливается в цилиндрический сосуд, диаметр основания которого 0,1 м. Как высоко будет стоять уровень жидкости в сосуде?
28. Из деревянного цилиндра, высота которого равна диаметру основания, выточен наибольший шар. Сколько процентов материала сточено?
29. Внешний диаметр полого шара 18 см. Толщина стенок 3 см. Найдите объем материала, из которого изготовлен шар.
30. Цилиндрическая дымовая труба с диаметром 65 см имеет высоту 18 м. Сколько жести нужно для ее изготовления, если на заклепку уходит 10% материала?

### Варианты самостоятельной работы по теме «Векторы в пространстве»

#### Вариант 1

| № п/п | Название операции                         | Формулы                                                                                                                                                                                 |
|-------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Найти сумму векторов                      | $\vec{a}\{1;-2;3\}, \quad \vec{b}\{4;0;-1\}$<br>$\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$                                                                                  |
| 2     | Найти разность векторов                   | $\vec{a}\{4;1;-3\}, \quad \vec{b}\{0;-5;2\}$<br>$\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$                                                                                  |
| 3     | Найти произведение вектора на число       | $\vec{a}\{-1;3;1\}, \quad \delta - \text{число} \quad \delta = -3$<br>$\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta \cdot y; \delta \cdot z\}$                                                |
| 4     | Вычислить координаты середины отрезка     | Точка А $(1;2;-3)$ . Точка В $(-3;4;-1)$ . Точка С - середина отрезка АВ. $C(x_c; y_c; z_c)$ $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$<br>$y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}; z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$     |
| 5     | Найти координаты вектора                  | Точка А $(5;0;-3)$ . Точка В $(-1;4;-7)$ . Находим координаты вектора $\vec{AB}$ . Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\vec{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$ |
| 6     | Найти длину вектора                       | $\vec{a}\{3;-2;0\}$<br>$ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$                                                                                                                             |
| 7     | Вычислить скалярное произведение векторов | $\vec{a}\{-2;3;7\}, \quad \vec{b}\{-9;0;2\}$<br>$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$                                                                 |

|    |                                                    |                                                                                                                                                                                          |
|----|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8  | Найти косинус угла между векторами                 | $\vec{a}\{2; 0; 1\}, \quad \vec{b}\{-3; 1; 2\}$<br>$\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$ |
| 9  | При каких значениях $m$ и $n$ векторы коллинеарны? | $\vec{a}\{m; 3; 1\}, \quad \vec{b}\{1; n; 2\}$<br>$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$                                                                              |
| 10 | Проверьте перпендикулярность векторов              | $\vec{a}\{-4; 0; 1\}, \quad \vec{b}\{2; 7; 8\}$<br>$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов                                             |

## Вариант 2

| № п/п | Название операции                                  | Формулы                                                                                                                                                                                       |
|-------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | Найти сумму векторов                               | $\vec{a}\{2; -3; 4\}, \quad \vec{b}\{-1; 2; 0\}$<br>$\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$                                                                                    |
| 2     | Найти разность векторов                            | $\vec{a}\{4; -5; 7\}, \quad \vec{b}\{3; -1; 2\}$<br>$\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$                                                                                    |
| 3     | Найти произведение вектора на число                | $\vec{a}\{-2; 4; 0\}, \delta$ – число $\delta = -4$<br>$\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta \cdot y; \delta \cdot z\}$                                                                     |
| 4     | Вычислить координаты середины отрезка              | Точка А $(-3; 1; 2)$ Точка В $(2; -3; 1)$ Точка С- середина отрезка АВ. $C(x_c, y_c, z_c)$<br>$x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$  |
| 5     | Найти координаты вектора                           | Точка А $(6; -3; 4)$ . Точка В $(1; -4; 7)$ .<br>Находим координаты вектора $\vec{AB}$ . Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\vec{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$ |
| 6     | Найти длину вектора                                | $\vec{a}\{0, 2, -2\}$<br>$ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$                                                                                                                                 |
| 7     | Вычислить скалярное произведение векторов          | $\vec{a}\{-3; 2; 9\}, \quad \vec{b}\{-7; 0; 3\}$<br>$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$                                                                   |
| 8     | Найти косинус угла между векторами                 | $\vec{a}\{4; 1; 0\}, \quad \vec{b}\{-5; 3; 1\}$<br>$\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$      |
| 9     | При каких значениях $m$ и $n$ векторы коллинеарны? | $\vec{a}\{m; 5; 3\}, \quad \vec{b}\{2; n; 4\}$<br>$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$                                                                                   |
| 10    | Проверьте перпендикулярность векторов              | $\vec{a}\{0; -3; 2\}, \quad \vec{b}\{9; 4; 6\}$<br>$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов                                                  |

## Задания для самостоятельной работы по теме: «Вероятность и статистика»

1. Сколько различных двузначных чисел с разными цифрами можно записать, используя цифры:

1) 1, 2 и 3; 2) 0, 3, 5 и 7?

2. Путешественник может попасть из пункта А в пункт С, проехав через пункт В. Между пунктами А и В имеются три различные дороги, а между пунктами В и С – четыре различные дороги. Сколько существует различных маршрутов между пунктами А и С?

3. Сколькими способами могут распределиться золотая и серебряная медали на чемпионате по футболу, если в нём принимают участие:

1) 32 команды; 2) 16 команд?

4. Сколькими способами могут занять очередь в школьный буфет:

1) 6 учащихся; 2) 5 учащихся?

5. В классе 18 учащихся. Из их числа нужно выбрать физорга, культорга и казначея. Сколькими способами это можно сделать, если один ученик может занимать не более одной должности?

6. В классе 20 учащихся. Необходимо назначить по одному дежурному в столовую, вестибюль и спортивный зал. Сколькими способами это можно сделать?

7. Сколькими способами можно рассадить четверых детей на четырёх стульях в столовой детского сада?

8. Сколькими способами могут занять места 5 учащихся класса за пятью односторонними партами?

9. В шахматном турнире участвуют:

1) 6 юношей и 2 девушки; 2) 5 юношей и 3 девушки. Сколькими способами могут распределиться места среди девушек, если все участники турнира набирают разное количество очков.

10. Сколькими способами для участия в конференции из 9 членов научного общества можно выбрать:

1) троих студентов; 2) четверых студентов?

11. Имеются 5 тюльпанов и 6 нарциссов. Сколькими способами можно составить букет: 1) из 3 тюльпанов и 2 нарциссов;

2) из 2 тюльпанов и 3 нарциссов?

12. В школьном хоре 7 девочек и 4 мальчика. Сколькими способами из состава хора можно выбрать для участия в районном смотре: 1) 5 девочек и 2 мальчиков; 2) 4 девочек и 3 мальчиков?

13. Сколькими способами могут распределиться одно первое, одно второе и одно третье места среди: 1) десяти; 2) восьми участников соревнования?

14. В вазе лежат 7 разных пирожных. Сколько существует вариантов выбора из них двух пирожных?

15. Шифр в камере хранения состоит из двух букв, выбираемых из 10 гласных русского алфавита, и четырёхзначного числового кода (буквы и цифры в шифре

могут повторяться; числовой код 0000 также возможен). Сколько различных шифров можно использовать в этой камере хранения?

16. В некотором государстве автомобильный номер составляется из трёх различных букв алфавита, состоящего из 25 букв, и трёх цифр (с их возможными повторами). Скольким автомобилям можно присвоить получаемые таким образом номера?

17. В коробке находятся 2 белых, 3 чёрных и 4 красных шара. Наугад вынимается один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар: 1) белый; 2) чёрный; 3) красный; 4) белый или чёрный; 5) белый или красный; 6) чёрный или красный; 7) или белый, или чёрный, или красный; 8) синий.

18. Среди 20 деталей, лежащих в ящике, 3 детали бракованные. Наугад вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что: 1) обе детали оказались бракованными; 2) одна деталь бракованная, а другая нет; 3) обе детали не бракованные?

19. Среди 15 лампочек 4 испорченные. Наугад берут 2 лампочки. Какова вероятность того, что: 1) обе выбранные лампочки испорчены; 2) одна лампочка исправная, а одна – испорченная; 3) обе лампочки исправные?

20. Вероятность попадания мяча в корзину, брошенного один раз некоторым баскетболистом, равна 0,4. Найти вероятность того, что, бросив мяч в корзину, этот баскетболист промахнётся.

21. В первой коробке находятся 7 белых и 3 чёрных шара, а во второй – 5 белых и 9 чёрных. Не глядя, из каждой коробки вынимают по одному шару. Найти вероятность того, что: 1) оба вынутых шара белые; 2) оба вынутых шара чёрные; 3) хотя бы один шар белый; 4) хотя бы один шар чёрный.

22. В первой коробке находятся 7 белых и 3 чёрных шара, а во второй – 5 белых и 9 чёрных. Из наудачу взятой коробки вынимают шар. Найти вероятность того, что он белый.

23. Найти моду выборки:

1) 4, 15, 6, 7, 3, 6, 8;    2) 1, 3, 5, 1, 4, 3, 2;

24. Найти медиану выборки:

1) 17, 12, 34, 18, 6;    2) 4, 1, 8, 9, 13, 10;

25. Найти среднее значение выборки:

1) 24, -5, 13, -8;    2) 7, 16, -9, -2, 10;

26. Найти среднее квадратичное отклонение от среднего значения элементов выборки:

1) 3 кг, 5 кг, 5 кг, 8 кг, 4 кг;    2) 12м, 10м, 7м, 12м, 9м.

27. Сравнить дисперсии двух выборок, имеющих одинаковые средние значения: 1) 6, 10, 7, 8, 9    2) 8, 9, 5, 10.

28. Вычислить:  $A_4^2$ ,  $A_{10}^3$ ,  $A_4^1$ .

29. Вычислить:  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $P_5$ .

30. Вычислить:  $C_8^2$ ,  $C_{10}^3$ ,  $C_5^1$ .

31. Из пяти букв разной азбуки составлено слово «книга». Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составил слово «книга».

32. Сколько разных стартовых шестерок можно составить из 10 волейболистов?

32. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников.

34. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

35. В урну, содержащую 3 шара, опущен белый шар. После чего наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что он белый, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

36. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет ровно 2 раза.

### 3.6 Варианты письменной экзаменационной работы (2 семестр)

#### Вариант 1

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\sqrt{2} \sin x + 1 = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ ; б)  $f(x) = (4 - x^2) \cdot \sin x$

3. Вычислите интеграл  $\int_1^3 x^3 dx$

4. Многогранники и тела вращения

Призма. Понятие призмы. Изображение призмы. Какая призма называется прямой (наклонной)? Какая призма называется правильной?

5. Решите задачу

В правильной четырехугольной призме площадь основания  $144 \text{ см}^2$ , а высота 14 см. Найдите диагональ призмы.

6. В классе 20 учащихся. Необходимо назначить по одному дежурному в столовую, вестибюль и спортивный зал. Сколькими способами это можно сделать?

## Вариант 2

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\cos x = -\frac{1}{2}$ ; б)  $2\sin x + \sqrt{3} = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x + 1$ ; б)  $f(x) = \cos^2 x$

3. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

4. Многогранники и тела вращения

Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Какой параллелепипед называется прямоугольным? Что такое линейные размеры прямоугольного параллелепипеда? Что такое куб?

5. Решите задачу

У параллелепипеда три грани имеют площади  $1 \text{ м}^2$ ,  $2 \text{ м}^2$  и  $3 \text{ м}^2$ . Чему равна полная поверхность параллелепипеда?

6. Среди 20 деталей, лежащих в ящике, 3 детали бракованные. Наугад вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе детали оказались бракованными?

## Вариант 3

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $2\sin x - 1 = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = 2x^5 + \sqrt{x} - 1$ ; б)  $f(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$

3. Вычислите интеграл  $\int_0^1 x^2 dx$

4. Многогранники и тела вращения

Правильная пирамида. Боковая поверхность правильной пирамиды.

5. Решите задачу

Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см. Вычислите высоту пирамиды.

6. Имеются 5 тюльпанов и 6 нарциссов. Сколькими способами можно составить букет из 3 тюльпанов и 2 нарциссов?

### Вариант 4

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\cos x = -1$ ; б)  $2\sin x + \sqrt{2} = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = 2x^4 - x^8 + 6$ ; б)  $f(x) = \frac{\cos x}{x}$

3. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

4. Многогранники и тела вращения

Правильная пирамида. Боковая поверхность правильной пирамиды.

5. Решите задачу

В правильной треугольной пирамиде сторона основания 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 5 см. Вычислите боковую поверхность пирамиды.

6. В коробке находятся 2 белых, 3 чёрных и 4 красных шара. Наугад вынимается один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар: 1) белый; 2) чёрный; 3) красный; 4) белый или чёрный; 5) белый или красный; 6) чёрный или красный; 7) или белый, или чёрный, или красный; 8) синий.

### Вариант 5

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\cos x = 1$ ; б)  $2\sin x + 1 = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = 3x^3 - 5x + 5$ ; б)  $f(x) = \sin(2x + 1)$

3. Вычислите интеграл  $\int_1^2 x^2 dx$

4. Многогранники и тела вращения

Какая пирамида называется правильной? Что такое ось правильной пирамиды?

Что такое апофема правильной пирамиды?

5. Решите задачу

В правильной треугольной пирамиде сторона основания 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 5 см. Вычислите апофему пирамиды.

6. Из пяти букв разной азбуки составлено слово «книга». Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составил слово «книга».

### Вариант 6

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\sin x = \frac{1}{2}$ ; б)  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = 2x^3 + 5x - 3$ ; б)  $f(x) = \frac{x}{\sin x}$

3. Вычислите интеграл  $\int_{-1}^2 x^4 dx$

4. Многогранники и тела вращения

Объясните, что такое круговой цилиндр (образующая цилиндра, основания цилиндра, боковая поверхность цилиндра). Какой цилиндр называется прямым?

5. Решите задачу

Цилиндрическая дымовая труба с диаметром 65 см имеет высоту 18 м. Сколько жести нужно для ее изготовления, если на заклепку уходит 10% материала?

6. Вероятность попадания мяча в корзину, брошенного один раз некоторым баскетболистом, равна 0,7. Найдите вероятность того, что, бросив мяч в корзину, этот баскетболист промахнется.

### Вариант 7

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = 2x^3 - 3x + 4$ ; б)  $f(x) = (x^2 + 2) \cdot \sin x$

3. Вычислите интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

4. Многогранники и тела вращения

Что такое радиус цилиндра, высота цилиндра, ось цилиндра, осевое сечение цилиндра?

5. Решите задачу

Радиус основания цилиндра 2 м, высота 3 м. Найдите диагональ осевого сечения.

6. В вазе лежат 7 разных пирожных. Сколько существует вариантов выбора из них двух пирожных?

### Вариант 8

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\sin x = -\frac{1}{2}$ ; б)  $2\cos x + \sqrt{2} = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = \frac{x^2}{2} - x^4$ ; б)  $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

3. Вычислите интеграл  $\int_0^2 4x^3 dx$

4. Многогранники и тела вращения

Что такое круговой конус, вершина конуса, образующая конуса, основание конуса, боковая поверхность конуса?

5. Решите задачу

Конусообразная палатка высотой 3,5 м с диаметром основания 4 м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?

6. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет ровно 2 раза.

### Вариант 9

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\sin x = -1$ ; б)  $2\cos x - 1 = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = x^2 + \frac{16}{x}$ ; б)  $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$

3. Вычислите интеграл  $\int_0^2 x^5 dx$

4. Многогранники и тела вращения

Какой конус называется прямым? Что такое высота конуса, ось конуса, осевое сечение конуса?

5. Решите задачу

Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 м, а образующая 2,5 м. Найдите объем кучи щебня.

6. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик извлекает 3 детали. Найдите вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.

### Вариант 10

1. Решите тригонометрические уравнения

а)  $\sin x = 1$ ; б)  $2\cos x + 1 = 0$

2. Найдите производные функций

а)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ ; б)  $f(x) = \sin^2 x$

3. Вычислите интеграл  $\int_0^1 (2x + 1) dx$

4. Многогранники и тела вращения

Что такое шар (шаровая поверхность или сфера)? Что такое радиус шара, диаметр шара? Какие точки шара называются диаметрально противоположными?

5. Решите задачу

Из деревянного цилиндра, высота которого равна диаметру основания, выточен наибольший шар. Сколько процентов материала сточено?

6. В школьном хоре 7 девочек и 4 мальчика. Сколькими способами из состава хора можно выбрать для участия в районном смотре 5 девочек и 2 мальчиков?

**Критерии оценки:** за каждый правильный ответ начисляется 2 балла.

Максимум 12 баллов.

«отлично» 10 – 12 баллов

«хорошо» 7 – 9 баллов

«удовлетворительно» 5 – 6 баллов

«неудовлетворительно» менее 5 баллов

### 3.7 Задания для диагностической работы по дисциплине «Математика» (тестирование)

1. Найдите корень уравнения  $\log_2(4 - x) = 7$

1) 124    2) 117    3) – 124    4) 120

2. Найдите  $x$ , если  $5^x = \frac{1}{5}$

1) 0    2) 1    3) – 1    4) 2

3. Какими свойствами обладает функция  $y = 2 - \sin 3x$

1) чётная, периодическая; 2) ни чётная, ни нечётная, периодическая

3) ни чётная, ни нечётная, непериодическая; 4) нечётная, периодическая

4. Какие функции имеют период  $T = \pi$

1)  $y = \sin(x)$ ,  $y = \cos(x)$ ; 2)  $y = \operatorname{tg}(x)$ ,  $y = \operatorname{ctg}(x)$ ; 3)  $y = \cos(x)$ ,  $y = \operatorname{ctg}(x)$ ; 4)  $y = \sin(x)$ ,  $y = \operatorname{tg}(x)$

5. Какие функции имеют период  $T = 2\pi$

1)  $y = \sin(x)$ ,  $y = \cos(x)$ ; 2)  $y = \sin(x)$ ,  $y = \operatorname{tg}(x)$ ; 3)  $y = \operatorname{tg}(x)$ ,  $y = \operatorname{ctg}(x)$ ; 4)  $y = \cos(x)$ ,  $y = \operatorname{ctg}(x)$

6. Какими свойствами обладает функция  $y = 3x + \cos x$

- 1) чётная, периодическая; 2) ни чётная, ни нечётная, периодическая;  
3) ни чётная, ни нечётная, непериодическая; 4) нечётная, периодическая

7. Как выглядит простейшее логарифмическое уравнение

- 1)  $\log_a a = 1$ ; 2)  $\log 3 = b$ ; 3)  $\log_a x = b$ ; 4)  $\log bx = a$

8. Чему равен  $x$  в уравнении  $\log_4 x = 3$

- 1) 64 2) 12 3) 18 4) 32

9. Как решается уравнение, если одна из его частей содержит алгебраическую сумму с одинаковыми основаниями

- 1) с помощью сложения степеней; 2) добавлением знака минус;  
3) путем превращения в десятичные дроби; 4) с помощью разложения на множители

10. Какого метода решения показательных уравнений **не бывает**

- 1) принципа равенства показателей; 2) метода поиска области значений;  
3) графического метода; 4) метода замены переменных

11. Какой симметрии **не существует**

- 1) зеркальной; 2) тройственной; 3) центральной; 4) осевой

12. Симметрия относительно плоскости в пространстве называется

- 1) центральной; 2) пространственной; 3) зеркальной; 4) осевой

13. Симметрия относительно точки называется

- 1) точечной; 2) зеркальной; 3) осевой; 4) центральной

14. Симметрия относительно прямой называется

- 1) прямоугольной; 2) центральной; 3) двойственной; 4) осевой

15. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 м и

образующая  $\sqrt{13}$  м. Сколько надо везов, чтобы перевезти щебень, уложенный в кучу  
(1 воз = 20 пудов = 320 кг; плотность щебня 1500 кг/м<sup>3</sup>)

- 1) 59 2) 89 3) 91 4) 63

16. Жидкость, налитая в конический сосуд, имеющий 0,18 м высоты и 0,24 м в диаметре основания, переливается в цилиндрический сосуд, диаметр основания которого 0,10 м. Как высоко будет уровень жидкости в сосуде

- 1) 2,7 м 2) 1,4 м 3) 0,35 м 4) 1,3 м

17. Длина окружности основания конуса равна 5, образующая равна 8. Найдите площадь боковой поверхности конуса

- 1) 42 2) 14 3) 36 4) 20

18. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 9 раз

- 1) 6                      2) 18                      3) 2                      4) 9

19. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $18\pi$ , а диаметр основания равен 9. Найдите высоту цилиндра

- 1) 3                      2) 4                      3) 2                      4) 6

20. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 41. Найдите площадь полной поверхности цилиндра

- 1) 67                      2) 61,5                      3) 55                      4) 50

21. Радиус основания цилиндра равен 7, а высота равна 10. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на  $\pi$

- 1) 124                      2) 104                      3) 100                      4) 140

22. Чему равен  $x$  в уравнении  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$

- 1)  $\pi + \pi n/3, n \notin \mathbb{Z}$ ; 2)  $-\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; 3)  $3\pi - \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; 4)  $\pi/3 - \pi n, n \notin \mathbb{Z}$

23.  $\operatorname{tg} \pi/3 =$

- 1) 1/2                      2)  $\sqrt{3}$                       3)  $\sqrt{2}/2$                       4)  $\sqrt{3}/3$

24. Какая функция является непрерывной

- 1) секанс                      2) котангенс                      3) тангенс                      4) косинус

25. Чему равны корни функции  $\sin x = a$ , при  $|a| \leq 1$

- 1)  $(-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$                       2)  $\operatorname{arctg} a - \pi k, k \in \mathbb{Z}$   
3)  $\operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$                       4)  $\pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

26. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса

- 1) 3                      2) 7                      3) 5                      4) 2

27. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высота уменьшится в 3 раза, а радиус основания останется прежним

- 1) 2                      2) 4                      3) 3                      4) 5

28. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 4,5 раза

- 1) 9 раз                      2) 3 раза                      3) 4,5 раза                      4) 20,25 раз

29. Зная координаты точек  $A(-12, 7, -3)$  и  $B(-10, -2, -2)$  найдите значение вектора  $\overline{AB}$

- 1)  $\{-22; 5; -5\}$                       2)  $\{2; -9; 1\}$                       3)  $\{12; -9; 1\}$                       4)  $\{-2; 9; 1\}$

30. При каком значении  $n$  векторы  $\overline{a}(4; 2n; -1), \overline{b}(-1; 1; n)$  перпендикулярны

- 1) 2                      2) 5                      3) 3                      4) 4

Время на выполнение задания **90 минут**. За каждый правильный ответ начисляется 1 балл.

Таблица оценки результатов

|                |                     |
|----------------|---------------------|
| 26 – 30 баллов | Отлично             |
| 21 -25 баллов  | Хорошо              |
| 16 -20 баллов  | Удовлетворительно   |
| 0 – 15 баллов  | Неудовлетворительно |

№

**Ответы:**

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| №1  | №2  | №3  | №4  | №5  | №6  | №7  | №8  | №9  | №10 |
| 1   | 3   | 2   | 2   | 1   | 3   | 3   | 1   | 4   | 2   |
| №11 | №12 | №13 | №14 | №15 | №16 | №17 | №18 | №19 | №20 |
| 2   | 3   | 4   | 4   | 1   | 3   | 4   | 4   | 3   | 2   |
| №21 | №22 | №23 | №24 | №25 | №26 | №27 | №28 | №29 | №30 |
| 4   | 2   | 2   | 4   | 1   | 4   | 3   | 4   | 2   | 4   |

### Показатели и шкала оценивания

| Шкала оценивания    | Показатели                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>«зачтено»</b>    | <p>1) студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;</p> <p>2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;</p> <p>3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.</p> |
| <b>«не зачтено»</b> | студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал                                                                                                                                                                                              |

Составитель

Кандидат технических наук, доцент



Г.А. Степаненко