

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Иванченко Ирина Васильевна  
Должность: и.о. директора Филиала СППИ в г. Железноводске  
Дата подписания: 13.11.2024 17:20:57  
Уникальный программный ключ:  
e192bec1a53c517bd141a7bd26b0c6e91498bf10

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ СТАВРОПОЛЬСКОГО КРАЯ**  
**Филиал государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования**  
**«СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»**  
**в г. Железноводске**



**УТВЕРЖДАЮ**  
Заместитель директора  
по учебной и научной работе  
Т.А. Пономаренко  
« 02 » сентября 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

(наименование дисциплины)

Направление переподготовки: **Педагогическое образование**

Профиль: **Математика**

Форма обучения: **очно-заочная (с применением дистанционных образовательных технологий)**

Срок освоения образовательной программы: **6 месяцев**

Кафедра гуманитарных и социально-экономических дисциплин

Рабочая программа дисциплины одобрена  
на заседании кафедры гуманитарных и  
социально-экономических дисциплин  
от « 02 » сентября 2024 г. Протокол №  2

Заведующий кафедрой

М.Н. Арутюнян

Разработчик

Г.А. Степаненко

Руководитель центра

дополнительного образования:

Е.Н. Командин

**Железноводск, 2024 г.**

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины .....	3
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	3
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине.....	3
4. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы .....	4
5. Содержание дисциплины по разделам (темам) и видам занятий .....	4
6. Контроль качества освоения дисциплины .....	4
7. Учебно – методическое обеспечение дисциплины .....	5
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы.....	6
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	7
Приложение 1 .....	8
<b>Приложение 2.....</b>	<b>9</b>
<b>Приложение 3.....</b>	<b>13</b>
<b>Приложение 4.....</b>	<b>22</b>
Лист изменений рабочей программы дисциплины .....	24

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Теория функций действительного переменного» - повышение общего уровня фундаментальной и прикладной математической подготовки студентов; развитие логического и алгоритмического мышления; формирование у студентов теоретических знаний и практического опыта применения методов теории функций, овладение навыками практического использования методов вещественного анализа при решении различных теоретических и прикладных задач.

Задачи освоения дисциплины:

- формирование знаний об основных свойствах множеств и функций и возможностях их применений в других разделах математики и информатики;
- создание базы для более глубокого изучения других разделов математики и информатики;
- обеспечение будущего педагога строгими обоснованиями изученных ранее математических предметов и повышение его математической культуры;
- формирование представлений о мощности множеств;
- формирование умений и навыков построения множеств с заданными свойствами;
- формирование представлений о мере множества;
- формирование знаний об интеграле Лебега и его свойствах.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» относится к обязательной части Модуля 2 учебного плана «Предметно-методический модуль».

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Результатом освоения рабочей программы учебной дисциплины является овладение обучающимися профессиональными (ПК) и общими (ОК) компетенциями:

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>	
ОПК-3. Способен организовывать совместную и индивидуальную учебную и воспитательную деятельность обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями, в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	ОПК-3.1. Знает: - основы применения психолого-педагогических технологий (в том числе, инклюзивных), необходимых для адресной работы с различными категориями обучающихся с особыми образовательными потребностями; - типологию технологий индивидуализации обучения. ОПК-3.2. Умеет: - взаимодействовать с другими специалистами в рамках психолого-медико-педагогического консилиума; - соотносить виды адресной помощи с индивидуальными образовательными потребностями обучающихся. ОПК-3.3. Владеет готовностью выявлять и оказывать адресную помощь обучающимся, в том числе с особыми образовательными потребностями.
<b>Профессиональные компетенции</b>	
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.

#### 4. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 36 часов.

Вид учебной работы	Всего часов
Контактные часы (всего)	10
В том числе:	
Лекции (Л)	6
Практические занятия (П) / Семинары (С)	4
Лабораторные работы (ЛР)	
Самостоятельная работа студентов (СРС) (всего)	25
Вид промежуточного контроля / аттестации: зачет	1
Общая трудоемкость, час.	36

#### 5. Содержание дисциплины по разделам (темам) и видам занятий

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Лекции	Практические занятия / Семинары	Лабораторные	СРС	Всего
1	Тема 1. Функция. Предел функции. Непрерывность функций. Бесконечно малые функции. Последовательности. Производная функции. Функции двух переменных..	2		-	8	10
2	Тема 2. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Исследование функций при помощи производных.	2	2	-	8	12
3	Тема 3. Неопределенный и определенный интеграл. Двойные и тройные интегралы.	2	2	-	9	13
4	Форма промежуточной аттестации (зачет / экзамен)					1
	Всего за семестр:	6	4		25	36
	<b>Итого:</b>	<b>6</b>	<b>4</b>		<b>25</b>	<b>36</b>

Планы проведения учебных занятий отражены в методических материалах (Приложение1.).

#### 6. Контроль качества освоения дисциплины

Контроль качества освоения учебного материала по дисциплине проводится в форме текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации в соответствии с «Положением о формах, периодичности и порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ГБОУ ВО СГПИ и его филиалах».

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений требованиям образовательной программы используются оценочные материалы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестаций (Приложение2).

Уровень сформированности компетенции			
не сформирована	Сформирована частично	Сформирована в целом	Сформирована полностью
«Не зачтено»	«Зачтено»		
«Неудовлетворительно»	«Удовлетворительно»	«Хорошо»	«Отлично»
Описание критериев оценивания			
Слушатель демонстрирует: – существенные пробелы в знаниях учебного материала; – допускаются принципиальные ошибки при	Слушатель демонстрирует: – знания теоретического материала; – неполные ответы на	Слушатель демонстрирует: – знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного	Слушатель демонстрирует: – глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного

<p>ответе на основные вопросы билета, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий билета;</li> <li>– отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;</li> <li>– отсутствие готовности(способности) к дискуссии и низкая степень контактности.</li> </ul>	<p>основные вопросы, ошибки в ответе,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– не достаточное понимание сущности излагаемых вопросов;</li> <li>– неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы;</li> <li>– недостаточное владение литературой, рекомендованной программой;</li> <li>– умение без грубых ошибок решать практические задания.</li> </ul>	<p>материала;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– твердые знания теоретического материала.</li> <li>– Способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия;</li> <li>– правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;</li> <li>– умение решать практические задания, которые следует выполнить;</li> <li>– владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины;</li> </ul> <p>Возможны незначительные неточности в раскрытии отдельных положений вопросов – билета, присутствует неуверенность в ответах на дополнительные вопросы.</p>	<p>материала;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий;</li> <li>– способность устанавливать и объяснять;</li> <li>– логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания билета, а также дополнительные вопросы экзаменатора;</li> <li>– умение решать практические задания;</li> <li>– наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам;</li> <li>– свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</li> </ul>
---	--	--	---

### **7. Учебно – методическое обеспечение дисциплины**

Учебно-методическое обеспечение дисциплины включает рабочую программу дисциплины, методические материалы, оценочные материалы.

Полный комплект методических документов размещен на ЭИОС Филиала СГПИ в г. Железноводске.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся включает: учебники, учебные пособия, электронные образовательные ресурсы, методические материалы.

Самостоятельная работа обучающихся является формой организации образовательного процесса по дисциплине и включает следующие виды деятельности: поиск (подбор) и обзор научной и учебной литературы; работа с конспектом лекций; составление плана и тезисов ответа; подготовка сообщения (доклада, реферата, эссе); подготовка к практическим занятиям, подготовка к экзамену / зачету.

Целью самостоятельной работы является углубление понимания и улучшение усвоения курса лекций и практических занятий, подготовка к сдаче зачета с оценкой. А также формирование способностей к самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их критическому анализу, поиску новых и неординарных решений, аргументированному отстаиванию своих предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссий. Самостоятельная работа требует для своего решения от студента умения устанавливать не только отдельные функциональные связи в ранее усвоенных знаниях и методах их применения, но и умения

определять их структуру в целом. Выполнение этих работ стимулирует студента применять усвоенные ранее знания, что делает их более глубокими.

Самостоятельную работу на практических занятиях можно организовать за счет самостоятельного решения поставленных задач, выполнения предлагаемых заданий. На лекциях - дискуссия, обсуждение мнений студентов. На зачете с оценкой – проверка умения решать поставленные задачи и обосновывать выбранный путь и метод решения.

Формы и методы самостоятельной работы студентов и её оформление:

- подготовка расчетных работ по результатам проведенного ознакомления с материалами лекций, а также дополнительными источниками, согласно списку литературы.

С целью оптимизации учебного процесса рекомендуется на первом занятии сообщить студентам общую тематику занятий, цели и задачи курса, темы самостоятельной работы и примерный перечень вопросов по дисциплине, а также обозначить особенности проведения зачета с оценкой и промежуточного контроля. Самостоятельной работой студент обязан заниматься перед каждым практическим занятием в форме выполнения домашней работы.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

*Основная литература:*

1. Далингер, В. А. Теория функций действительного переменного: учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2021. — 242 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8999-1. — URL : <https://urait.ru/bcode/491235>

*Дополнительная литература:*

1. Чебышёв, П. Л. Математический анализ / П. Л. Чебышёв; отв. Ред. И. М. Виноградов; сост. А. О. Гельфонд. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 393 с. — (Серия: Антология мысли). — ISBN 978-5-534-10151-5. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/680301C9-BCCD-47F5-8BC4-DF0164923D3E](http://www.biblio-online.ru/book/680301C9-BCCD-47F5-8BC4-DF0164923D3E)
2. Баврин, И. И. Высшая математика для педагогических направлений: учебник для бакалавров / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. И доп. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 616 с. // ЭБС «Юрайт». – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/book/vyssshaya-matematika-dlya-pedagogicheskikh-napravleniy-42588>

*Интернет-ресурсы:*

### ЭБС

№ п/п	Наименование	Адрес сайта
1.	ЭБС «Юрайт»	<a href="http://www.urait.ru">www.urait.ru</a>
2.	ЭБС «Юрайт» (раздел «Легендарные книги»)	<a href="http://www.urait.ru">www.urait.ru</a>
3.	Электронно-библиотечная система «Лань»	<a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
4.	ЭБС «Айбукс.ру/ibooks.ru»	<a href="http://ibooks.ru">http://ibooks.ru</a>
5.	Интернет-магазин электронных изданий «Школа в кармане»	<a href="http://www.pocketschool.ru">www.pocketschool.ru</a>

### ЭОР

№ п/п	Наименование	Адрес сайта
1.	Министерство науки и высшего образования Российской Федерации	<a href="https://minobrnauki.gov.ru/">https://minobrnauki.gov.ru/</a>
2.	Официальный сайт Министерства образования Ставропольского края	<a href="http://www.stavminobr.ru/">http://www.stavminobr.ru/</a>
3.	Федеральный портал «Российское образование»	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>
4.	Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов	<a href="http://fcior.edu.ru/">http://fcior.edu.ru/</a>

5.	Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»	<a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a>
6.	Российская государственная библиотека	<a href="http://www.rsl.ru/">http://www.rsl.ru/</a>
7.	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	<a href="https://elibrary.ru/defaultx.asp">https://elibrary.ru/defaultx.asp</a>
8.	Учреждение Российской академии образования. Научная педагогическая библиотека им. К.Д. Ушинского	<a href="http://www.gnpbu.ru/">http://www.gnpbu.ru/</a>
9.	Сайт Екатерины Кисловой	<a href="http://ekislova.ru/">http://ekislova.ru/</a>
10.	Справочный портал «Энциклопедиум: энциклопедии, словари, справочники»	<a href="http://enc.biblioclub.ru/">http://enc.biblioclub.ru/</a>
11.	Справочно-информационный портал ГРАМОТА.РУ»	<a href="http://gramota.ru/slovari/online/#3">http://gramota.ru/slovari/online/#3</a>
12.	Сайт «СЛОВАРИ.РУ»	<a href="https://www.slovari.ru/start.aspx?s=0&amp;p=3050">https://www.slovari.ru/start.aspx?s=0&amp;p=3050</a>
13.	Развитие личности: журнал (входит в перечень ВАК)	<a href="http://rl-online.ru/">http://rl-online.ru/</a>
14.	Парламентская библиотека. Федеральное собрание Российской Федерации. Государственная Дума. Официальный сайт [ресурс свободного доступа]	<a href="http://www.gosduma.net/analytics/library/">http://www.gosduma.net/analytics/library/</a>
15.	Портал Федеральных государственных образовательных стандартов [ресурс свободного доступа]	<a href="http://fgosvo.ru/">http://fgosvo.ru/</a>
16.	Энциклопедии и справочники интернета [ресурс свободного доступа]	<a href="https://library.mirea.ru/Ресурсы/85">https://library.mirea.ru/Ресурсы/85</a>
17.	Словари, энциклопедии и справочники онлайн [ресурс свободного доступа]	<a href="https://slovaronline.com/">https://slovaronline.com/</a>
18.	«Научный архив» ГПНТБ, РГБ проект Министерства Образования и науки Российской Федерации	<a href="http://научныйархив.рф">http://научныйархив.рф</a>
19.	Электронная база данных «Университетская информационная система РОССИЯ» (УИСРОССИЯ)	<a href="https://uisrussia.msu.ru/">https://uisrussia.msu.ru/</a>
20.	Электронная база данных обзор СМИ Polpred.com [ресурс свободного доступа]	<a href="http://polpred.com/">http://polpred.com/</a>
21.	Журнальный зал: литературный интернет-проект [ресурс свободного доступа]	<a href="http://magazines.russ.ru">http://magazines.russ.ru</a>

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Занятия, текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по дисциплине проводятся в учебных аудиториях, укомплектованных типовой мебелью для обучающихся и преподавателя. По заявке устанавливается мобильный комплект (ноутбук, проектор, экран, колонки).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза.

Компьютерное оборудование оснащено комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

1. Операционная система (возможны следующие варианты: «Microsoft Windows», «Linux»).
2. Пакеты ПО общего назначения (возможны следующие варианты: «Microsoft Office», «Libre Office», «Apache Open Office»).
2. Приложение, позволяющее просматривать и воспроизводить медиа контент PDF файлов «Adobe Acrobat Reader DC».
3. Приложение, позволяющее сканировать и распознавать текстовые документы (возможны следующие варианты: «ABBYY FineReader», «WinScan2PDF»).
4. Антивирусная программа «Антивирус Kaspersky End point Security для бизнеса».

**Планы лекций и методические рекомендации**

**Тема 1. Функция. Предел функции. Непрерывность функций. Бесконечно малые функции. Последовательности. Производная функции. Функции двух переменных.**

Вопросы.

Понятие функции. График функции. Способы задания функций. Основные характеристики функции. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Предел монотонно ограниченной последовательности. Число  $e$ .

Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции при  $x \rightarrow \infty$ . Основные теоремы о пределах. Признаки существования пределов. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно большая функция. Определения и основные теоремы.

Эквивалентные бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых функций.

Применение эквивалентных бесконечно малых функций.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке. Точки разрыва функции и их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Определение производной; ее механический и геометрический смысл. Уравнение касательной и нормали к кривой. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Производная сложной и обратной функций. Гиперболические функции и их производные.

Таблица производных. Основные понятия. Предел функции. Непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области. Частные производные первого порядка и их геометрическое истолкование. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремум функции двух переменных.

**Тема 2. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Исследование функций при помощи производных.**

Вопросы.

Неявно заданная функция. Функция, заданная параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков явно заданной функции. Механический смысл производной второго порядка. Производные высших порядков неявно заданной функции. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически. Понятие дифференциала функции. Геометрический смысл дифференциала функции. Основные теоремы о дифференциалах. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференциалы высших порядков.

Возрастание и убывание функций. Максимум и минимум функций. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика.

**Тема 3. Неопределенный и определенный интеграл. Двойные и тройные интегралы.**

Вопросы.

Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования. «Берущиеся» и «неберущиеся» интегралы. Определенный интеграл как предел интегральной суммы.



Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Приближенное вычисление определенного интеграла.

Двойной интеграл. Основные понятия, геометрический и физический смысл двойного интеграла. Приложения двойного интеграла. Тройной интеграл. Основные понятия. Некоторые приложения тройного интеграла.

## Приложение 2

### Планы практических занятий и методические рекомендации

Каждое практическое занятие учебной дисциплины предусматривает как выполнение заданий теоретического плана для проверки степени освоения лекционного материала, так и задания для овладения навыками и методами, необходимыми при решении задач, встречающихся в последующих дисциплинах ООП.

### Задания для практической работы

**Тема: «Элементы общей теории множеств»**

- Доказать равенства:
  - $A(B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A|C)$
  - $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ .
- Установить взаимно однозначное соответствие:
  - между множеством натуральных чисел и множеством всех целых чисел;
  - между множеством натуральных чисел и множеством всех нечётных чисел;
- Найти взаимно однозначное отображение:
  - интервала  $(a; b)$  на всю числовую прямую;
  - числовой прямой на интервал  $(a; b)$ .
- Установить взаимно однозначное соответствие между интервалом  $(0,1)$  и отрезком  $[0, 1]$ .
- Установить взаимно однозначное соответствие между множеством всех иррациональных чисел и множеством действительных чисел.
- Установить взаимно однозначное соответствие между замкнутым единичным кругом и дополнением к нему.
- Какова мощность множества:
  - всех треугольников на плоскости, вершины которых имеют рациональные координаты?
  - всех рациональных функций с целыми коэффициентами в числителе и знаменателе?
- Доказать с помощью теоремы Кантора – Бернштейна, что любой круг равномошен любому квадрату.
- Доказать с помощью теоремы Кантора – Бернштейна эквивалентность плоскости и замкнутого квадрата на плоскости.
- Какова мощность множества всех конечных десятичных дробей?
- Какова мощность множества всех действительных чисел, заключенных между 0 и 1, в разложении которых в бесконечную дробь отсутствует цифра 5?
- Доказать, что если расстояние между любыми двумя точками множества  $E$  на прямой больше единицы, то множество  $E$  конечно или счетно.
- Каково строение и какова мера множества тех точек отрезка  $[0,1]$ , десятичное разложение которых невозможно без цифры 3?

14. Найти меру Лебега множества тех чисел отрезка  $[0, 1]$ , в десятичной записи которых не встречаются цифры 1 и 2.
  15. Доказать, что непрерывные на отрезке  $[a, b]$  функции эквивалентны тогда и только тогда, когда они равны.
- Тема «Элементы теории метрических пространств»
16. Доказать, что любая монотонная на отрезке  $[a, b]$  функция измерима.
  17. Доказать, что любая кусочно-монотонная на отрезке  $[a, b]$  функция измерима.
  18. Доказать, что произведение функции Дирихле на произвольную функцию есть функция измеримая.
  19. Докажите, что если множество  $A \setminus B$  эквивалентно множеству  $B \setminus A$ , то множества  $A$  и  $B$  эквивалентны.
  20. Докажите эквивалентность отрезка  $[a, b]$  и интервала  $(a, b)$ .
  21. Какова мощность множества рациональных чисел и множества алгебраических чисел.
  22. Какова мощность множества иррациональных и трансцендентных чисел?
  23. Какова мощность множества всех многочленов, коэффициентами которых служат рациональные числа?
  24. Какова мощность множества всех комплексных чисел?
  25. Какова мощность множества всех конечных десятичных дробей?
  26. Какова мощность множества попарно не пересекающихся отрезков на числовой прямой?

**Тема: «Элементы теории метрических пространств»**

27. Проверьте, являются ли метриками следующие функции:
  - а)  $\rho(x, y) = |x^3 - y^3|, x, y \in R;$
  - б)  $\rho(x, y) = |\arctg x - \arctg y|, x, y \in R;$
  - в)  $\rho(x, y) = |\sqrt{x} - \sqrt{y}|, x, y \in R, x > 0, y > 0.$
28. Будет ли измеримым множество рациональных чисел? Если да, то какова его мера Лебега?
29. Почему любое открытое множество и любое замкнутое множество на числовой прямой измеримы?
30. Может ли равняться нулю мера множества, которое содержит хотя бы одну внутреннюю точку?
31. Является ли измеримой функция  $y = \sin\sqrt{x^2 + 1}$  на своей области определения? Если да, то почему?
32. Пусть  $\chi(x)$  — характеристическая функция множества рациональных чисел. Докажите, что её произведение на любую числовую функцию есть функция измеримая.
33. Докажите, что если функция  $f^3$  измерима, то и функция  $f$  также измерима.
34. Если функция  $|f|$  измерима, то обязательно ли измерима функция  $f$ ?

**Тема: «Введение в теорию интеграла»**

35. Пусть  $A$  и  $E$  измеримые множества и  $A \subset E$ . Вычислите интеграл Лебега  $\int_E \chi_A d\mu$ , где  $\chi_A$  — характеристическая функция множества  $A$ .
36. Вычислите интеграл Лебега  $\int_{[0,1]} f d\mu$ , если

$$f(x) \begin{cases} \cos \pi x, x \in [0,1], x - \text{иррационально} \\ 1, x \in [0,1], x - \text{рациональная} \end{cases}$$

37. Найдите полное изменение функции  $f$  на отрезке  $[a; b]$ . Найдите для функции  $f$  две монотонные функции  $\varphi$  и  $\psi$  такие, что  $f(x) = \varphi(x) - \psi(x)$  на  $[a; b]$ .

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0 \\ 1 - x & \text{при } 0 < x < 1, \text{ на отрезке } [0; 1] \\ 5 & \text{при } x = 1 \end{cases}$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{при } x < 1 \\ 10 & \text{при } x = 1, \text{ на отрезке } [0; 2] \\ x^2 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{в) } f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{при } x \in [0; 1) \\ 0 & \text{при } x = 1, \text{ на отрезке } [0; 2] \\ 1 & \text{при } x \in (1; 2] \end{cases}$$

Постройте графики функций  $f, \varphi, \psi$ .

### Критерии выставления отметок

Отметка «отлично» / «зачтено» (высокий уровень сформированности компетенций (-ии)) выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил системные знания по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению, в том числе в рамках учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, успешно продемонстрировал осваиваемые в рамках дисциплины / модуля / практики профессиональные умения;
- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы полностью и качественно, на творческом уровне, выразил личностную значимость деятельности;
- при устном ответе высказал самостоятельное суждение на основе исследования теоретических источников, логично и аргументированно изложил материал, связал теорию с практикой посредством иллюстрирующих примеров, свободно ответил на дополнительные вопросы;
- при выполнении письменного задания представил содержательный, структурированный, глубокий анализ сути и путей решения проблемы (задачи, задания);
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 85 – 100 % заданий.

Отметка «хорошо» / «зачтено» (средний уровень сформированности компетенций (-ии)) выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины / модуля / практики в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, продемонстрировал способность к их самостоятельному пополнению;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил принципиальные ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;

- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены полностью и качественно;
- при устном ответе объяснил учебный материал, интерпретировал содержание, экстраполировал выводы;
- при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию элементы анализа в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания), изложил логическую последовательность вопросов темы;
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 75 – 84 % заданий.

Отметка «удовлетворительно» / «зачтено» (пороговый уровень сформированности компетенций (-ии)) выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил знание основного материала по всем разделам программы дисциплины /модуля / практики в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, но знания имеют пробелы и плохо структурированы;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, в целом смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения, но допустил ошибки в их выполнении, которые смог исправить при незначительной помощи преподавателя;
- представил результаты выполнения всех заданий для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, при этом задания выполнены формально, кратко, рефлексия неполная или носит формальный характер, представлено поверхностное описание;
- при устном ответе продемонстрировал знание базовых положений и ключевых понятий, верно воспроизвел учебное содержание без использования дополнительного материала;
- при выполнении письменного задания представил репродуктивную позицию в описании сути и путей решения проблемы (задачи, задания);
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 60 – 74 % заданий.

Отметка «неудовлетворительно» / «незачтено» (компетенция(-ии) не сформирована(-ы))выставляется обучающемуся, который в процессе изучения дисциплины и по результатам промежуточной аттестации:

- обнаружил отсутствие знаний либо фрагментарные знания по основным разделам программы дисциплины / модуля / практики;
- при выполнении заданий, предусмотренных программой, не смог продемонстрировать осваиваемые профессиональные умения (допустил принципиальные ошибки в их выполнении, которые не смог исправить при указании на них преподавателем), либо не выполнил задания;
- не выполнил предусмотренные учебным планом практические, лабораторные задания;
- не полностью выполнил задания для самостоятельной работы, указанных в программе дисциплины / модуля / практики, либо задания выполнены неверно, очевиден плагиат;
- при устном ответе допустил фактические ошибки в использовании научной терминологии и изложении учебного содержания, сделал ложные выводы;
- при выполнении тестовых заданий дал правильные ответы на 0 – 59 % заданий

Оценочные материалы по дисциплине  
«Теория функций действительного переменного»

1. Оценочные материалы для текущего контроля

1.1. Тестовые материалы

Тема: «Элементы общей теории множеств», «Элементы теории метрических пространств», «Введение в теорию интеграла».

1. Укажите для числовых множеств  $A = \{1, 4, 6\}$  и  $B = \{2, 3, 7, 10\}$  верные соотношения

1.  $A \setminus B = A$
2.  $A \cap B = \emptyset$
3.  $A \cup B = A$
4.  $B \setminus A = A$

2. Укажите для числовых множеств  $A = \{1, 4, 6\}$  и  $B = \{2, 3, 7, 10\}$  верные соотношения

1.  $A \setminus B = A$
2.  $B \setminus A = A$
3.  $B \setminus A = B$
4.  $A \setminus B = B$

3. Укажите для числовых множеств  $A$  и  $B$  действительных чисел:  $A = [0, 7]$ ,  $B = (2, 4]$  множество равное  $A \setminus B$

1.  $\emptyset$
2.  $[0, 2) \cup (4, 7]$
3.  $[0, 2] \cup (4, 7]$
4.  $[0, 2] \cup [4, 7]$

4. Укажите для числовых множеств  $A$  и  $B$  действительных чисел:  $A = [0, 7]$ ,  $B = (5, 7]$ . Множество равное  $A \setminus B$

1.  $[0, 5]$
2.  $[0, 5)$
3.  $(0, 5]$
4.  $\emptyset$

5. Укажите для числовых множеств  $A$  и  $B$  действительных чисел:  $A = [0, 9]$ ,  $B = (5, 7]$ . Множество равное  $B \setminus A$

1.  $[0, 5]$
2.  $(0, 5]$
3.  $\emptyset$
4.  $[0, 5)$

6. Укажите для числовых множеств  $A$  и  $B$  действительных чисел:  $A = [0, 7]$ ,  $B = [0, 4]$ . Множество равное  $A \setminus B$

1.  $(4, 7)$
2.  $(4, 7]$
3.  $[4, 7]$
4.  $(4, 7)$

7. Укажите для числовых множеств  $A$  и  $B$  действительных чисел:  $A = [0, 7]$ ,  $B = [0, 2]$ . Множество равное  $B \setminus A$

1.  $[2, 7)$

2.  $\emptyset$

3.  $(2, 7)$

4.  $(2, 7]$

8. Укажите для числовых множеств  $A$  и  $B$  действительных чисел:  $A = [0, 7]$ ,  $B = [2, 4]$ .

Множество равно  $A \setminus B$

1.  $[0, 2) \cup (4, 7]$

2.  $\emptyset$

3.  $(0, 2) \cup (4, 7)$

4.  $[0, 2] \cup [4, 7]$

9. Укажите является ли верным утверждение: если к конечному множеству добавить конечное число элементов, то получится конечное множество

1. да

2. нет

10. Укажите является ли верным утверждение: если из конечного множества выбросить конечное число элементов, то получится конечное, либо пустое множество

1. да

2. нет

11. Укажите является ли верным утверждение: объединение конечного числа конечных множеств есть множество конечное.

1. да

2. нет

12. Укажите является ли верным утверждение: объединение бесконечного числа конечных множеств есть множество бесконечное

1. да

2. нет

13. Определите какова мощность множества всех треугольников на плоскости, вершины которых имеют рациональные координаты

1. семейство треугольников счетно

2. семейство треугольников не счетно

14. Определите функцию, позволяющую установить взаимно однозначное соответствие между множеством  $N$  всех натуральных чисел и множеством  $Q$  всех четных положительных чисел.

1. функция  $y = 2x$

2. функция  $y = 2x + 1$

3. функция  $y = x - 2$

15. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[3; 7]$

1. функция  $y = 4x + 7$

2. функция  $y = 2x + 7$

3. функция  $y = 7x + 2$

16. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[2; 9]$

1. функция  $y = 7x + 9$

2. функция  $y = 2x + 9$

3. функция  $y = 7x + 2$

17. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0,1]$  на сегмент  $[1; 3]$

1. функция  $y = 2x + 1$

2. функция  $y = 2x - 1$

3. функция  $y = 3x + 1$

18. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0,1]$  на сегмент  $[12; 15]$

1. функция  $y = 3x + 12$

2. функция  $y = 12x - 1$

3. функция  $y = 3x + 12$

19. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0,1]$  на сегмент  $[12; 15]$

1. функция  $y = 3x + 12$

2. функция  $y = 12x - 1$

3. функция  $y = 3x + 12$

20. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0,1]$  на сегмент  $[4; 11]$

1. функция  $y = 7x + 4$

2. функция  $y = -7x - 1$

3. функция  $y = 7x - 4$

22. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0,1]$  на сегмент  $[1; 5]$

1. функция  $y = 4x + 1$

2. функция  $y = -4x - 1$

3. функция  $y = 4x - 4$

23. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(1; 2)$

1. функция  $y = 1 + \arccctgt$

2. функция  $y = 1 - 2 \arccctgt$

3. функция  $y = 2 + \arccctgt$

24. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(3; 5)$

1. функция  $y = 3 + \frac{2}{3} \arccctgt$

2. функция  $y = 3 - 5 \arccctgt$

3. функция  $y = 5 + 3 \arccctgt$

25. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(7; 9)$

1. функция  $y = 7 + \frac{2}{7} \arccctgt$

2. функция  $y = 7 - 2 \arccctgt$

3. функция  $y = 9 + 3 \arccctgt$

26. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(10; 15)$

1. функция  $y = 10 + \frac{3}{10} \arccctgt$

2. функция  $y = 7 - \frac{3}{10} \arccctgt$

3. функция  $y = 9 + 3 \arccctgt$

27. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(8; 13)$

1. функция  $y = 8 + \frac{5}{8} \operatorname{arcctgt}$

2. функция  $y = 13 - \frac{13}{8} \operatorname{arcctgt}$

3. функция  $y = 9 + 3 \operatorname{arcctgt}$

28. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(7; 10)$

1. функция  $y = 7 + \frac{3}{7} \operatorname{arcctgt}$

2. функция  $y = 7 - \frac{3}{7} \operatorname{arcctgt}$

3. функция  $y = 3 + 7 \operatorname{arcctgt}$

29. Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, не содержащих числа 5

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

30. Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, содержащих числа 9

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

31. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(6; 11)$

1. функция  $y = 6 + \frac{5}{6} \operatorname{arcctgt}$

2. функция  $y = 11 - \frac{3}{6} \operatorname{arcctgt}$

3. функция  $y = 6 + 11 \operatorname{arcctgt}$

32. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(3; 4)$

1. функция  $y = 3 + \frac{1}{3} \operatorname{arcctgt}$

2. функция  $y = 4 - \frac{1}{3} \operatorname{arcctgt}$

3. функция  $y = 4 + 3 \operatorname{arcctgt}$

33. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(2; 11)$

1. функция  $y = 2 + \frac{9}{2} \operatorname{arcctgt}$

2. функция  $y = 2 - \frac{9}{2} \operatorname{arcctgt}$

3. функция  $y = 4 + 3 \operatorname{arcctgt}$

34. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(1; 3)$

1. функция  $y = 1 + 2 \operatorname{arcctgt}$

2. функция  $y = 1 - 2 \operatorname{arcctgt}$

3. функция  $y = 2 + \operatorname{arcctgt}$

35. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(1; 5)$

1. функция  $y = 1 + 4 \operatorname{arcctgt}$



2. функция  $y = 1 - 4 \arccctgt$
3. функция  $y = 4 + \arccctgt$
36. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(1 ; 6)$
1. функция  $y = 1 + 5 \arccctgt$
2. функция  $y = 1 - 5 \arccctgt$
3. функция  $y = 6 + \arccctgt$
37. Определить какова мощность множества всех треугольников на плоскости вершины которых имеют рациональные координаты
1. семейство треугольников счетно
2. семейство треугольников не является счетным
38. Установить какова мощность множества всех рациональных функций с целыми коэффициентами в числителе и знаменателе
1. семейство всех рациональных функций счетно
2. семейство всех рациональных функций не счетное
39. Определить каким является (счетным или не счетным) множество всех окружностей на плоскости, радиусы которых рациональны и координаты центра которых – рациональные числа
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное.
40. Определить какова мощность множества всех конечных десятичных дробей.
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
41. Определить какова мощность множества всех конечных  $p$ -ичных дробей при заданном  $p > 1$ .
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
42. Определить какова мощность множества всех многочленов, коэффициентами которых служат алгебраические числа
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
43. Определить какова мощность множества точек разрыва монотонной функции, заданной на сегменте  $[a; b]$
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
44. Определить какова мощность множество точек разрыва монотонной функции, заданной на сегменте  $[a; b]$ , конечно или счетно
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество конечное
45. Определить какова мощность множество точек разрыва монотонной функции, определенной на всей числовой прямой
1. есть множество счетное
2. есть множество не счетное
3. есть множество. Конечно.
46. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(6 ; 11)$

1. функция  $y = 6 + \frac{5}{6} \operatorname{arccctgt}$

2. функция  $y = 11 - \frac{3}{6} \operatorname{arccctgt}$

3. функция  $y = 6 + 11 \operatorname{arccctgt}$

47. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное соответствие числовой прямой на интервал  $(4; 5)$

1. функция  $y = 4 + \frac{1}{4} \operatorname{arccctgt}$

2. функция  $y = 4 - \frac{1}{3} \operatorname{arccctgt}$

3. функция  $y = 4 + 5 \operatorname{arccctgt}$

48. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[12; 15]$

1. функция  $y = 12 + \frac{3}{12} x$

2. функция  $y = 12x - 1$

3. функция  $y = 3x + 12$

49. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[10; 13]$

1. функция  $y = 10x + \frac{3}{10} x$

2. функция  $y = 12x - 1$

3. функция  $y = 3x + 12$

50. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[4; 11]$

1. функция  $y = 4 + \frac{7}{4} x$

2. функция  $y = -7x - 1$

3. функция  $y = 7x - 4$

51. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[2; 9]$

1. функция  $y = 2 + \frac{7}{2} x$

2. функция  $y = 2 - \frac{7}{2} x$

3. функция  $y = 7x - 4$

52. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[4; 9]$

1. функция  $y = 4 + \frac{5}{4} x$

2. функция  $y = 4 - \frac{5}{4} x$

3. функция  $y = 2 - \frac{7}{2} x$

53. Определить функцию, которая устанавливает взаимно однозначное отображение (биекцию) сегмента  $[0, 1]$  на сегмент  $[3; 8]$

1. функция  $y = 3 + \frac{5}{3} x$

2. функция  $y = 3 - \frac{5}{3} x$

3. функция  $y = 2 - \frac{7}{2} x$

54. Определить какова мощность множества всех трансцендентных (т.е. не алгебраических) чисел

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

55. *Определить какова мощность множества всех строго возрастающих последовательностей натуральных чисел*

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

56. *Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел*

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

57. *Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, не содержащих числа 7*

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

58. *Определить какова мощность множества всех последовательностей натуральных чисел, содержащих числа 3*

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

59. *Определить какова мощность множеств всевозможных последовательностей рациональных чисел*

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

60. *Определить какова мощность множества всевозможных многочленов (с произвольными вещественными коэффициентами)*

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

61. *Определить какова мощность множества всех сегментов на числовой прямой*

1. мощность континуума

2. конечная мощность

3. счетная мощность

62. *Определить является ли метрическим пространством множество всех вещественных чисел, если под расстоянием между двумя числами  $x$  и  $y$  подразумевать число*

$$q(x, y) = \sin^2(x-y)$$

1. да, является метрическим пространством

2. нет, не является метрическим пространством

63. *Определить является ли метрическим пространством множество всех вещественных чисел, если под расстоянием между двумя числами  $x$  и  $y$  принять число:*

$$q(x, y) = |\arctg(x-y)|$$

1. да, является метрическим пространством

2. нет, не является метрическим пространством

64. *Определить является ли множество вещественных чисел метрическим пространством, если расстояние между элементами этого множества определить так*

$$q(x, y) = \sqrt{|y-x|}$$

1. да, является метрическим пространством

2. нет, не является метрическим пространством

65. Определить является ли множество точек плоскости метрическим пространством, если расстояние между двумя точками  $M_1(x_1, y_1)$  и  $M_2(x_2, y_2)$  плоскости определить формулой:

$$\rho(M_1, M_2) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

1. да, является метрическим пространством

2. нет, не является метрическим пространством

66. Является ли множество чисел  $E$ -вида  $0, n, n + \frac{1}{q}$ , где  $n$  и  $q$  пробегает всевозможные натуральные числа. Замкнутым множеством.

1. да, является замкнутым

2. нет, не является замкнутым

67. Определить, верно ли что производное множество суммы двух множеств  $A$  и  $B$  равно сумме производных от каждого множества в отдельности.

1. да, верно

2. нет, не верно

68. Определить справедливо ли утверждение: «производное множество от пересечения двух множеств  $A \cap B$  равно пересечению производных от каждого множества в отдельности»

1. да, верно

2. нет, не верно

69. Определить является ли сумма конечного числа замкнутых множеств замкнутым множеством

1. да, является

2. нет, не является.

70. Определить является ли пересечение любой совокупности замкнутых множеств замкнутым

1. да, является

2. нет, не является.

71. Определить верно ли, что замыкание любого множества замкнуто

1. да, является

2. нет, не является

72. Определить является объединение последовательности концентрических окружностей радиусов  $r_1 < r_2 < \dots < r_n < \dots$  замкнутым множеством

1. да, является

2. нет, не является

73. Определить является объединение последовательности концентрических окружностей радиусов  $r_1 > r_2 > \dots > r_n > \dots$  замкнутым множеством

1. да, является

2. нет, не является

74. Определить является объединение последовательности концентрических окружностей радиусов  $r_1 < r_2 < \dots < r_n < \dots$  открытым множеством на плоскости

1. да, является

2. нет, не является

75. Определить является ли гиперболическая спираль  $\rho = \frac{a}{\varphi}$  совершенным множеством

1. да, является

2. нет, не является

76. Определить является ли пересечение двух совершенных множеств совершенным множеством

1 да, является

2 нет, не является

77. *Определить является ли всегда сумма конечного числа совершенных множеств совершенным множеством*

1 да, всегда является совершенным множеством

2 нет, не всегда является совершенным множеством

78. *Определить является ли сегмент  $[a;b]$  на прямой связным множеством*

1 да, является связным

2 нет, не является связным

79. *Определить является ли луч  $[a; +\infty)$  на прямой связным множеством*

1 да, является связным

2 нет, не является связным

80. *Определить является ли плоскость связным множеством*

1 да, является связным

2 нет, не является связным

81. *Определить является ли пустое множество связным множеством*

1 да, является связным

2 нет, не является связным.

### **Критерии оценки**

Текущая аттестация путем тестирования производится в сроки, установленные вузом по завершению темы учебной дисциплины.

Оценка «отлично» выставляется при выполнении 90% тестовых заданий,

«хорошо» - при выполнении 80% тестовых заданий и

«удовлетворительно» - при выполнении 60% тестовых заданий.

**Очные материалы по дисциплине**  
**«Теория функций действительного переменного»**  
**Примерный перечень вопросов для зачета**

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Законы алгебры множеств.
3. Ограниченные множества. Точные верхние и нижние грани множеств.
4. Понятие эквивалентности и счетности множеств. Объединение конечного и счетного семейства счетных множеств.
5. Декартово произведение множеств.
6. Мощность множеств. Сравнение мощностей. Множества мощности континуума.
7. Несчетность множества действительных чисел.
8. Теорема Кантора – Бернштейна.
9. Построение мощностей, большей мощности данного множества.
10. Построение взаимно-однозначных соответствий между различными множествами мощности континуум.
11. Структура открытых и замкнутых множеств.
12. Совершенные множества. Канторово совершенное множество.
13. Лемма Гейне – Бореля.
14. Алгебра множеств. Понятия кольца и полукольца множеств.
15. Понятие меры множества на числовой прямой. Внешняя и внутренняя мера множества.
16. Мера Лебега. Свойства меры Лебега.
17. Критерий измеримости множества по Лебегу (необходимость).
18. Критерий измеримости множества по Лебегу (достаточность).
19. Измеримость объединения и пересечения счетного числа измеримых множеств.
20. Измеримость открытых и замкнутых множеств.
21. Понятие меры Жордана. Критерий измеримости множества по Жордану.
22. Свойства меры Жордана.
23. Измеримость по Лебегу множества, измеримого по Жордану.
24. Обобщение понятия меры.
25. Понятие измеримых функций.
26. Свойства измеримых функций. Понятие эквивалентности измеримых функций.
27. Измеримость суммы, разности, произведения и частного двух измеримых функций.
28. Последовательности измеримых функций.
29. Сходимость почти всюду и по мере.
30. Теоремы Егорова, Лузина и Фреше.
31. Суммы Лебега и их свойства.
32. Определение интеграла Лебега и его свойства.
33. Полная аддитивность интеграла Лебега.
34. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
35. Теоремы Леви, Фату, Лебега.
36. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
37. Понятие метрического пространства.
38. Открытые и замкнутые множества в метрических пространствах.
39. Эквивалентные метрики и нормы.
40. Предел последовательности в метрических пространствах.
41. Полные метрические пространства.
42. Фундаментальные последовательности в метрических пространствах.
43. Свойство Больцано – Вейерштрасса.
44. Примеры неполных пространств.
45. Теорема о неподвижной точке и принцип сжимающих отображений.

## Критерии выставления отметок по итоговой аттестации (зачет)

Зачет – форма промежуточной аттестации, в результате которого обучающийся получает оценку по двухбалльной шкале («зачтено», «не зачтено»). Основой для определения оценки на зачете служат объём и уровень усвоения студентами материала, предусмотренного рабочей программой дисциплины. В случае высоких результатов (не менее 70 баллов) текущей аттестации, позволяющих сделать вывод о том, что студент усвоил материал, предусмотренный рабочей программой дисциплины, оценка «зачтено» выставляется автоматически. В противном случае зачет проводится в форме устного или письменного опроса. Экзаменатор имеет право задавать студентам дополнительные вопросы по всей учебной программе дисциплины. Время проведения зачета устанавливается нормами времени. Результат сдачи зачета заносится преподавателем в зачетноэкзаменационную ведомость и зачетную книжку.

### Критерии оценивания

Оценка «зачтено» выставляется студенту, обнаружившему всестороннее систематическое знание учебно-программного материала в сфере профессиональной деятельности, освоившему основную литературу и знакомому с дополнительной литературой, рекомендованной программой, студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившему творческие способности в понимании и использовании учебно-программного материала.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, обнаружившему знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющемуся с выполнением практических заданий и учебных (контрольных) нормативов на контрольных работах, зачетах, предусмотренных программой, студентам, обладающим необходимыми знаниями, но допустившим неточности при выполнении контрольных нормативов.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, не может точно выполнять тестовые задания, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания на практике.

Оценочные средства для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья выбираются с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

– при необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете;

– при проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями;

– при необходимости для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

## Лист изменений рабочей программы дисциплины

№ п\п	Содержание изменений	Реквизиты документа об утверждении изменений	Дата внесения изменений
1.			
2.			